

DOI: <https://doi.org/10.31861/bmj2026.01.02>

НОВОСАД З. Г.

**НЕОБМЕЖЕНІСТЬ ОПЕРАТОРА СИМЕТРИЧНОГО ЗСУВУ НА ГІЛЬБЕРТОВОМУ ПРОСТОРИ СИМЕТРИЧНИХ АНАЛІТИЧНИХ ФУНКЦІЙ**

В статті розглядається абстрактний симетричний простір Фока і гільбертів простір породжений симетричними поліномами на просторі абсолютно сумовних послідовностей. Зокрема, досліджено властивості симетричного оператора зсуву такі, як лінійність, необмеженість і знайдено власні вектори. На симетричному просторі Фока побудовано оператор, який є подібним до симетричного оператора зсуву. В статті стверджується, що побудований оператор не є гіперциклічним.

*Key words and phrases:* гільбертові простори аналітичних функцій, симетричний простір Фока, гіперциклічний оператор.

---

Львівський торговельно-економічний університет, вул. Туган-Барановського, 10,  
м. Львів, 79005, Україна  
e-mail: [zoryana.maths@gmail.com](mailto:zoryana.maths@gmail.com), [zoryana@lute.lviv.ua](mailto:zoryana@lute.lviv.ua)

**ВСТУП**

Симетричні поліноми на просторі абсолютно сумовних послідовностей можна розглядати як природне узагальнення симетричних поліномів декількох змінних. Алгебраїчні базиси на алгебрах симетричних поліномів на  $\ell_p$ ,  $p < \infty$  були побудовані в [10]. Простори та алгебри як симетричні аналітичні функції на  $\ell_p$  були досліджені в [2, 3, 4]. У цій статті ми розглядаємо гільбертовий простір симетричних аналітичних функцій на  $\ell_1$  та його зв'язок із симетричним простором Фока, зокрема, ізоморфізм між цими просторами, який зберігає множення поліномів. Гільбертові простори аналітичних функцій нескінченної кількості змінних були досліджені в [13, 14, 16].

Лінійна динамічна система — це пара  $(X, T)$ , де  $X$  — топологічний векторний простір, а  $T$  — обмежений лінійний оператор на  $X$ . Нас цікавитимуть гіперциклічні лінійні динамічні системи.

**Definition 1.** Оператор  $T : X \rightarrow X$  називається гіперциклічним, якщо існує вектор  $x \in X$  при якому орбіта при  $T$ :

$$\text{Orb}(T, x) = \{x, Tx, T^2x, \dots\}$$

є щільною в  $X$ . Кожен такий вектор  $x$  називається гіперциклічним вектором для  $T$ .

---

УДК 517.98

2010 *Mathematics Subject Classification:* 47A16, 46E10, 46E50.

Умови гіперциклічності операторів композиції на гільбертових просторах розглядалися в [1, 5, 6, 8, 9, 11, 12, 15, 17]. У [18] показано, що оператор композиції з так званим симетричним зсувом буде гіперциклічним у просторі Фреше симетричних аналітичних функцій на  $\ell_1$ . У даній роботі ми розглядаємо оператор композиції з симетричним зсувом на деякому гільбертовому просторі симетричних аналітичних функцій. У цьому випадку, на відміну від [18], вказаний оператор композиції не буде гіперциклічним, оскільки він необмежений. Встановлено зв'язок з симетричним простором Фока.

**Симетричний простір Фока.**

Нехай  $E$  — комплексний гільбертів простір наділений скалярним добутком  $(x|y)_E$  та нормою  $\|x\|_E = (x|x)_E^{1/2}$ ,  $x, y \in E$  і нехай  $(e_i)_{i=1}^\infty$  — ортонормований базис в  $E$ . Для кожного  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n$ -кратна тензорна степінь  $\otimes^n E$  визначається як лінійна оболонка елементів

$$\{x_1 \otimes \cdots \otimes x_n : x_1, \dots, x_n \in E\}.$$

Позначимо через  $\otimes_s^n E$  —  $n$ -кратний симетричний алгебраїчний тензорний добуток простору  $E$ . Кожен елемент простору  $\otimes_s^n E$  можна визначити за формулою

$$x_1 \otimes_s \cdots \otimes_s x_n := \frac{1}{n!} \sum_{\sigma \in S_n} x_{\sigma(1)} \otimes \cdots \otimes x_{\sigma(n)},$$

де  $x_1, \dots, x_n \in E$  і  $S_n$  — група перестановок на множині  $\{1, \dots, n\}$ .

Скажемо, що скінченний мульти-індекс  $(i)$  еквівалентний до  $(j)$ , якщо існує перестановка  $\sigma \in S_n$  така, що  $(i_1, \dots, i_n) = (j_{\sigma(1)}, \dots, j_{\sigma(n)})$ . Нехай  $[i]$  — симетричний мульти-індекс пов'язаний з  $(i)$ , тобто, це клас еквівалентності, що містить  $(i)$ . Позначимо через  $\mathbb{N}^n$  множину всіх скінченних симетричних мульти-індексів  $[i]$ .

Для елементів базису будемо використовувати наступні позначення  $e_i^{\otimes k} = \underbrace{e_i \otimes \cdots \otimes e_i}_k$  для будь-якого  $k, i \in \mathbb{N}$ . Позначимо через  $(k)$  довільний мульти-індекс  $(k_1, \dots, k_n) \in \mathbb{Z}_+^n$ ,  $|(k)| = \sum_i k_i$ ,  $(k)! = \prod_i k_i!$ .

Визначимо абстрактний симетричний простір Фока  $\mathcal{F}_s$  над гільбертовим простором  $E$  як поповнення

$$\mathbb{C} \oplus E \oplus \otimes_s^2 E \oplus \cdots \oplus \otimes_s^n E \oplus \cdots$$

відповідно до скалярного добутку визначеного на лінійному базисі

$$\left\{ e_{[i]}^{\otimes(k)} := e_{i_1}^{\otimes k_1} \otimes_s \cdots \otimes_s e_{i_n}^{\otimes k_n} : [i] \in \mathbb{N}^n, (k) \in \mathbb{Z}_+^n, |(k)| = n \right\}$$

при

$$\langle e_{[i]}^{\otimes(k)} | e_{[j]}^{\otimes(m)} \rangle = 0, \text{ якщо } ([i], (k)) \neq ([j], (m)) \text{ і } \langle e_{[i]}^{\otimes(k)} | e_{[i]}^{\otimes(k)} \rangle = |(k)|!.$$

**Простір симетричних поліномів на  $\ell_1$ .**

Нехай  $X = \ell_1$  і  $\mathcal{S}$  — група перестановок на базисних векторах. Функція  $f$  на  $\ell_1$  скажемо є симетричною, якщо вона є інваріантною відносно всіх перестановок в  $\mathcal{S}$ . Позначимо через  $\mathcal{P}_s(\ell_1)$  алгебру всіх неперервних симетричних поліномів на  $\ell_1$ . Скажемо, що послідовність поліномів  $\{P_n\}_{n=1}^\infty$  є алгебраїчним базисом в  $\mathcal{P}_s(\ell_1)$ , якщо кожне  $P \in \mathcal{P}_s(\ell_1)$  може бути єдиним чином представленим як алгебраїчна комбінація поліномів в  $\{P_n\}_{n=1}^\infty$ . Наступні алгебраїчні базиси є важливими для нас:

- базис зі степеневих рядів

$$F_k(x) = \sum_{n=1}^{\infty} x_n^k;$$

- базис з елементарних симетричних поліномів

$$G_k(x) = \sum_{n_1 < n_2 < \dots < n_k} x_{n_1} \cdots x_{n_k}.$$

Нехай  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$  — розбиття натурального числа  $n$ . Очевидно, що  $\lambda_k \in \mathbb{N}$  для  $k = 1, 2, \dots, m$ , причому  $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_m = n$  і ми позначаємо  $|\lambda| = n$ . Таким чином, розбиття  $\lambda$  можна записати у вигляді

$$(1^{m_1}, 2^{m_2}, \dots, r^{m_r}, \dots),$$

де  $m_j$  — кількість входжень числа  $j$  у розбитті  $\lambda$ . Нехай  $\Lambda$  — множина всіх розбиттів натуральних чисел та

$$M_\lambda(x) = \sum_{k_1, \dots, k_m} x_{k_1}^{\lambda_1} x_{k_2}^{\lambda_2} \cdots x_{k_m}^{\lambda_m},$$

$$F_\lambda = F_{\lambda_1} F_{\lambda_2} \cdots F_{\lambda_m},$$

де  $k_i = k_j$  при  $i \neq j$  і  $F_{\lambda_i}$  — елемент базису зі степеневих рядів.

Визначимо скалярний добуток у просторі  $\mathcal{P}_s(\ell_1)$  через  $\langle F_\lambda | F_\mu \rangle = 0$ , якщо  $\lambda \neq \mu$  і

$$\langle F_\lambda | F_\lambda \rangle = z_\lambda.$$

Позначимо через  $H_s^z$  — поповнення простору  $\mathcal{P}_s(\ell_1)$  відповідно до скалярного добутку. Отже,  $H_s^z$  — нескінченно-вимірний сепарабельний гільбертів простір і  $\{F_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$  — ортогональний базис в  $H_s^z$ , такий що

$$\|F_\lambda\| = \sqrt{z_\lambda}.$$

Нехай  $P_n = F_n / \sqrt{n}$  і  $P_\lambda = P_{\lambda_1} \cdots P_{\lambda_n}$ . В [19] показано, що поліноми  $\{M_\lambda\}$ ,  $\{P_\lambda\}$ ,  $\lambda \in \Lambda$  утворюють лінійний базис в  $\mathcal{P}_s(\ell_1)$ .

## 1 ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ

В [11] наведено очевидне твердження, яке є спеціальним випадком універсального порівняльного принципу.

**Proposition 1.** ([11] [Твердження 4]) Нехай  $T$  — гіперциклічний оператор на  $X$  і  $A$  — ізоморфізм банахового простору  $X$ . Тоді  $A^{-1}TA$  є гіперциклічним.

Скажемо, що  $A^{-1}TA$  є подібним оператором до  $T$ . Якщо  $T = C_\alpha$  є оператором композиції на  $H(\mathbb{C}^n)$  і  $A = C_\Phi$  є композицією з аналітичним автоморфізмом  $\Phi$  на  $\mathbb{C}^n$ , тоді  $A^{-1}TA = C_{\Phi \circ \alpha \circ \Phi^{-1}}$  є оператором композиції також. Якщо  $A$  є композицією з поліноміальним автоморфізмом, будемо казати, що  $A^{-1}TA$  є поліноміально подібним до  $T$ .

Для побудови подібного оператора на абстрактному симетричному просторі Фока  $\mathcal{F}_s$ . Спершу розглянемо простір сумовних послідовностей та операції на ньому.

Для заданого  $x, y \in \ell_1$ ,  $x = (x_1, x_2, \dots)$  і  $y = (y_1, y_2, \dots)$  визначимо

$$x \bullet y := (x_1, y_1, x_2, y_2, \dots).$$

Легко перевірити, що

$$F_n(x \bullet y) = F_n(x) + F_n(y)$$

для кожного  $n \in \mathbb{N}$ . Також відомо [7], що для кожного  $t \in \mathbb{C}$

$$\sum_{n=0}^{\infty} t^n G_n(x \bullet y) = \sum_{n=0}^{\infty} t^n G_n(x) \sum_{n=0}^{\infty} t^n G_n(y).$$

Визначимо оператор симетричного зсуву на гільбертовому просторі аналітичних функцій.

Нехай  $T_y: H_s^z \rightarrow H_s^z$  — оператор симетричного зсуву визначений формулою

$$T_y(f)(x) = f(x \bullet y),$$

де  $y$  — фіксований вектор в  $\ell_1$ .

Якщо  $y = (y_1, \dots, y_n, \dots)$  і  $y \neq 0$  й область визначення  $D(T_y)$  містить підпростір симетричних поліномів на  $\ell_1$ , то оператор симетричного зсуву володіє властивостями, такими як лінійність, щільна визначеність та необмеженість.

Покажемо лінійність симетричного зсуву. Нехай  $f, g \in D(T_y)$  і  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ , тоді

$$\begin{aligned} T_y(\alpha f + \beta g)(x) &= (\alpha f + \beta g)(x \bullet y) = \\ &= \alpha f(x \bullet y) + \beta g(x \bullet y) = \alpha T_y(f)(x) + \beta T_y(g)(x). \end{aligned}$$

Легко переконатись, що оператор симетричного зсуву щільно визначений, оскільки область визначення містить симетричні поліноми. За означенням симетричні поліноми  $F_\lambda$  належать простору  $\mathcal{P}_s(\ell_1)$ , водночас  $\mathcal{P}_s(\ell_1) \in$  щільною множиною в  $H_s^z$ . Тому область визначення оператора  $T_y$ , яка містить  $\mathcal{P}_s(\ell_1)$ , також є щільною в  $H_s^z$ .

Покажемо необмеженість оператора  $T_y$ . Припустимо

$$\|T_y\|_{H_s^z} \leq C \|f\|_{H_s^z} \quad \text{для будь-якого} \quad f \in \mathcal{P}_s(\ell_1).$$

$$P_n(x \bullet y) = \frac{1}{\sqrt{n}} F_n(x \bullet y) = \frac{1}{\sqrt{n}} (F_n(x) + F_n(y)),$$

$$\|T_y(P_n)\|^2 = \left\| \frac{1}{\sqrt{n}} (F_n(x) + F_n(y)) \right\|^2 \geq \frac{1}{n} \|F_n(y)\|^2.$$

Отже, отримали протиріччя, тому оператор симетричного зсуву необмежений на просторі  $H_s^z$ .

**Theorem 1.** Нехай  $y = (y_1, \dots, y_n, \dots)$  і  $y \neq 0$ . Тоді для кожного  $t \in \mathbb{C}$ ,  $|t| < 1$  елемент  $\sum_{n=0}^{\infty} t^n G_n$  є власним вектором оператора  $T_y$  і

$$T_y \left( \sum_{n=0}^{\infty} t^n G_n \right) = \gamma_y(t) \sum_{n=0}^{\infty} t^n G_n,$$

де

$$\gamma_y(t) = \prod_{n=1}^{\infty} (1 + y_n t)$$

є добутком Адамара з нулем в  $-1/y_n$  для  $y_n \neq 0$ .

*Proof.* Нехай  $t \in \mathbb{C}$ ,  $|t| < 1$ ,

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} t^n G_n(x \bullet y) &= \sum_{n=0}^{\infty} G_n(tx \bullet ty) = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} G_i(tx) G_{k-i}(ty) = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} t^n G_n(y) \sum_{i=0}^{\infty} t^n G_{k-i}(ty) = \\ &= \prod_{n=1}^{\infty} (1 + y_n t) \sum_{n=0}^{\infty} t^n G_n(y). \end{aligned}$$

Отже,  $\sum_{n=0}^{\infty} t^n G_n$  є власним вектором оператора  $T_y$ . □

Позначимо

$$e_\lambda = e_{i_1}^{\otimes k_1} \otimes_s \cdots \otimes_s e_{i_n}^{\otimes k_n}, \quad \text{де } \lambda = (i_1^{k_1}, i_2^{k_2}, \dots, i_n^{k_n}, \dots).$$

і  $\xi = \xi(y) = (\xi_1, \dots, \xi_n, \dots)$ , де  $\xi_n = F_n(y)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . Тоді  $\xi$  — обмежена послідовність. Нехай  $\mathcal{T}_\xi$  — лінійний оператор

$$\mathcal{T}_\xi: \mathcal{F}_s \rightarrow \mathcal{F}_s$$

визначений на ортогональному базисі  $e_\lambda$  як

$$\mathcal{T}_\xi: e_{i_1}^{\otimes k_1} \otimes_s \cdots \otimes_s e_{i_n}^{\otimes k_n} \mapsto (e_{i_1} + \xi_{i_1})^{\otimes k_1} \otimes_s \cdots \otimes_s (e_{i_n} + \xi_{i_n})^{\otimes k_n},$$

де  $\xi = \xi(y)$  визначений вище.

Скористаємось ізоморфізмом між гільбертовим простором симетричних аналітичних функцій на  $\ell_1$  і симетричним простором Фока, побудованого в [19].

**Theorem 2.** ([19]) Лінійне відображення  $\mathcal{I}: \mathcal{F}_s \rightarrow H_s^z$ , таке що  $\mathcal{I}: e_\lambda \rightarrow P_\lambda$  є ізометричним ізоморфізмом і, якщо  $u \otimes_s v \in \mathcal{F}_s$  для деяких  $u, v \in \mathcal{F}_s$ , тоді  $\mathcal{I}(u \otimes_s v) = \mathcal{I}(u)\mathcal{I}(v)$ .

В наступній теоремі маємо взаємозв'язок між оператором  $\mathcal{T}_\xi$  та оператором симетричного зсуву  $T_y$ .

**Theorem 3.** Нехай  $y = (y_1, \dots, y_n, \dots)$  і  $y \neq 0$ . Тоді  $\mathcal{T}_\xi = \mathcal{I}^{-1} T_y \mathcal{I}$  для  $\xi_n = F_n(y)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

*Proof.* Розглянемо наступну діаграму:

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{F}_s & \xrightarrow{\mathcal{T}_\xi} & \mathcal{F}_s \\ \mathcal{I} \downarrow & & \downarrow \mathcal{I} \\ H_s^z & \xrightarrow{T_y} & H_s^z \end{array}$$

Покажемо, що дія оператора  $\mathcal{T}_\xi$  у просторі  $\mathcal{F}_s$  через ізоморфізм  $\mathcal{I}$  відповідає дії оператора симетричного зсуву  $T_y$  в  $H_s^z$ .

Візьмемо базисний вектор  $e_\lambda = e_{i_1}^{\otimes k_1} \otimes_s \cdots \otimes_s e_{i_n}^{\otimes k_n}$ , тоді за визначенням ізометричного ізоморфізму  $\mathcal{I}(e_\lambda) = P_\lambda = P_{\lambda_1} \cdots P_{\lambda_n}$ .

$$\mathcal{I}(\mathcal{T}_\xi(e_\lambda)) = \mathcal{I}((e_{i_1} + \xi_{i_1})^{\otimes k_1} \otimes_s \cdots \otimes_s (e_{i_n} + \xi_{i_n})^{\otimes k_n}) =$$

$$\begin{aligned} &= \mathcal{I}(e_{i_1} + \xi_{i_1})^{\otimes k_1} \dots \mathcal{I}(e_{i_n} + \xi_{i_n})^{\otimes k_n} = \mathcal{I}(e_{i_1} + \xi_{i_1})^{k_1} \dots \mathcal{I}(e_{i_n} + \xi_{i_n})^{k_n} = \\ &= (\mathcal{I}(e_{i_1}) + \xi_{i_1} \mathcal{I}(1))^{k_1} \dots (\mathcal{I}(e_{i_n}) + \xi_{i_n} \mathcal{I}(1))^{k_n} = (P_{i_1} + \xi_{i_1})^{k_1} \dots (P_{i_n} + \xi_{i_n})^{k_n}, \end{aligned}$$

де  $P_n = \frac{1}{\sqrt{n}} F_n$ ,  $\mathcal{I}(1) = 1$  — сталі відображення. Отже,

$$\mathcal{I}(\mathcal{T}_\xi(e_\lambda)) = \prod_{m=1}^n (P_{i_m} + \xi_{i_m})^{k_m}.$$

Тепер розглянемо дію оператора  $T_y$  на симетричні поліноми  $P_\lambda = P_{i_1}^{k_1} \dots P_{i_n}^{k_n}$ ,  $\lambda = (i_1^{k_1}, \dots, i_n^{k_n})$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_y(P_\lambda)(x) &= P_\lambda(x \bullet y) = P_{i_1}^{k_1}(x \bullet y) \dots P_{i_n}^{k_n}(x \bullet y) = \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{i_1}} F_{i_1}(x \bullet y)\right)^{k_1} \dots \left(\frac{1}{\sqrt{i_n}} F_{i_n}(x \bullet y)\right)^{k_n} = \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{i_1}} (F_{i_1}(x) + F_{i_1}(y))\right)^{k_1} \dots \left(\frac{1}{\sqrt{i_n}} (F_{i_n}(x) + F_{i_n}(y))\right)^{k_n} = \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{i_1}} F_{i_1}(x) + \frac{1}{\sqrt{i_1}} F_{i_1}(y)\right)^{k_1} \dots \left(\frac{1}{\sqrt{i_n}} F_{i_n}(x) + \frac{1}{\sqrt{i_n}} F_{i_n}(y)\right)^{k_n} = \\ &= (P_{i_1}(x) + \xi_{i_1})^{k_1} \dots (P_{i_n}(x) + \xi_{i_n})^{k_n}, \end{aligned}$$

тому можемо записати

$$T_y(P_\lambda)(x) = \prod_{m=1}^n (P_{i_m}(x) + \xi_{i_m})^{k_m}.$$

Отримали, що  $\mathcal{I}(\mathcal{T}_\xi(e_\lambda)) = T_y(P_\lambda)$  отже,  $\mathcal{I} \circ \mathcal{T}_\xi = T_y \circ \mathcal{I}$ , звідси випливає, що  $\mathcal{T}_\xi = \mathcal{I}^{-1} T_y \mathcal{I}$ . □

Відповідно до цієї теореми та універсальним принципом порівняння можна стверджувати, що  $\mathcal{T}_\xi$  є подібний оператор до оператора  $T_y$ .

Щодо гіперциклічності оператора  $\mathcal{T}_\xi$  на сепарабельному просторі  $\mathcal{F}_s$  маємо наступне твердження.

**Proposition 2.** *Оскільки  $T_y$  є щільно визначеним необмеженим лінійним оператором, то подібний до нього оператор  $\mathcal{T}_\xi$  не є гіперциклічним на  $\mathcal{F}_s$ .*

**Висновок.** В статті показано, що оператор симетричного зсуву  $T_y$ , який визначений на гільбертовому просторі  $H_s^z$  є лінійним, необмеженим, щільно визначеним, із областю визначення, що містить симетричні поліноми на  $\ell_1$ . На абстрактному симетричному просторі Фока побудовано спеціальний оператор, подібний до оператора симетричного зсуву. За рахунок необмеженості оператора  $T_y$  на просторі  $H_s^z$ , подібний до нього оператор  $\mathcal{T}_\xi$  також буде необмеженим і тому не є гіперциклічним на симетричному просторі Фока.

#### REFERENCES

- [1] Aron R., Bès J. *Hypercyclic differentiation operators*, Contemporary Mathematics, 1999, **232**, 39-46.
- [2] Alencar R., Aron R., Galindo P. and Zagorodnyuk A. *Algebras of symmetric holomorphic functions on  $\ell_p$* , Bull. Lond. Math. Soc. 2003, **35**, 55–64.
- [3] Aron R., Galindo P., Pinasco D., Zalduendo I. *Group-symmetric holomorphic functions on a Banach space*, Bull. Lond. Math. Soc. 2016, **48**, 779–796.

- [4] Aron R., Falcó J., Maestre M. *Separation theorems for group invariant polynomials*, J. Geom. Anal. 2018, **28**, 393–404.
- [5] Bayart F., Matheron E. *Dynamics of linear operators*, Cambridge University Press, New York, 2009.
- [6] Birkhoff G. D. *Démonstration d'un théorème élémentaire sur es fonctions entières*, C. R. Acad. Sci. Paris, 192), **189**, 473–475.
- [7] Chernega I., Galindo P., Zagorodnyuk A. *The convolution operation on the spectra of algebras of symmetric analytic functions*, J. Math. Anal. & App. 2012, **395**, 569–577.
- [8] Gethner R. M., Shapiro J. H. *Universal vectors for operators on spaces of holomorphic functions*, Proc. Amer. Math. Soc. 1987, **100**(2), 281–288.
- [9] Godefroy G. and Shapiro J. H. *Operators with dense, invariant, cyclic vector manifolds*, J. Funct. Anal. 1991, **98** 229–269.
- [10] Gonzalez M., Gonzalo R. and Jaramillo J. *Symmetric polynomials on rearrangement invariant function spaces*, Jour. London Math. Soc. 1999, **59**, 681–697.
- [11] Grosse-Erdmann K.-G. *Universal families and hypercyclic operators*, Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.) 1999, **36**, 345–381.
- [12] Grosse-Erdmann K. G., Peris Manguillot A. *Linear chaos*, Springer-Verlag, London, 2011.
- [13] Lopushansky O., Zagorodnyuk A. *Representing measures and infinite-dimensional holomorphy*, J. Math. Anal. & App. 2007, **333**, 614–625.
- [14] Lopushansky O. *Weyl–Schredinger representations of Heisenberg groups in infinite dimensions*, Results Math. 2020, **75**, 73 .
- [15] Martínez-Giménez F., Peris A. *Universality and chaos for tensor products of operators*, J. Approx. Theory, 2003, **124**, 7–24.
- [16] Mozhyrovska Z.H. and Zagorodnyuk A.V. *Hypercyclic composition operators on Hilbert spaces of analytic functions*, Methods of Functional Analysis and Topology, 2014, **20**(3), 284–291.
- [17] Mozhyrovska Z. H., Zagorodnyuk A. V. *Hypercyclic behavior of translation operators on spaces of analytic functions on Hilbert spaces*, Journal of Functional Spaces, 2015, **2015**, 139289 .
- [18] Novosad Z. and Zagorodnyuk A. *Polynomial automorphisms and hypercyclic operators on spaces of analytic functions*, Archiv der Mathematik, 2007, **89** (2), 157–166.
- [19] Zagorodnyuk A., Novosad Z., Holubchak O. *Symmetric Polynomials on  $\ell_1$  and Abstract Symmetric Fock Spaces*, AIP Conference Proceedings, 2022, **2483**, 040007 .

*Received 06.10.2025*

---

Новосад З.Г. *Unboundedness of the symmetric shift operator on a Hilbert space of symmetric analytic functions* // Буковинський матем. журнал — 2026. — Т.14, №1. — С. 16–22.

We consider an abstract symmetric Fock space and the Hilbert space generated symmetric polynomials on the space of absolutely summing sequences. In particular, the properties of the symmetric shift operator, such as linearity and unboundedness are investigated. Also, we find eigenvectors of this operator. We construct an operator in the symmetric Fock space, which is similar to the symmetric shift operator. In the paper we note that this operator is not hypercyclic.