Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
(повне найменування закладу вищої освіти)

Факультет математики та інформатики
(назва факультету/навчально-наукового інституту)

Кафедра математичного моделювання
(назва кафедри, що забезпечує викладання)

“ЗАТВЕРДЖУЮ”
Декан факультету
математики та інформатики

_____ **Ольга МАРТИНЮК**

“28” серпня **2026 року**

РОБОЧА ПРОГРАМА
навчальної дисципліни
Математичне моделювання динамічних систем і процесів

(назва навчальної дисципліни)

обов’язкова

(вказати: обов’язкова)

Освітньо-професійна програма Комп'ютерні науки та проєктування програмних систем

(назва програми)

Спеціальність F3 Комп'ютерні науки

(вказати: код, назва)

Галузь знань F Інформаційні технології

(вказати: шифр, назва)

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

(вказати: перший (бакалаврський) / другий (магістерський) / третій (освітньо-науковий)

Факультет математики та інформатики

(назва факультету/ навчально-наукового інституту, на якому здійснюється підготовка фахівців за вказаною освітньою програмою)

Мова навчання українська

(вказати: на якій мові читається дисципліна)

Чернівці 2026 рік

Робоча програма навчальної дисципліни «*Математичне моделювання динамічних систем і процесів*» складена відповідно до освітньо-професійної програми «Комп'ютерні науки та проєктування програмних систем»

Розробник:
Черевко Ігор Михайлович, завідувач кафедри математичного моделювання, доктор фіз.-мат. наук, професор

Викладач, що забезпечує читання даної навчальної дисципліни:
Черевко Ігор Михайлович, завідувач кафедри математичного моделювання, доктор фіз.-мат. наук, професор

Погоджено з гарантом ОП _____ **Ігор ЧЕРЕВКО**

Затверджено на засіданні кафедри математичного моделювання
Протокол № 1 від «27» серпня 2026 року

Завідувач кафедри _____ **Ігор ЧЕРЕВКО**

Схвалено методичною радою факультету математики та інформатики
Протокол № 1 від «28» серпня 2026 року

Голова методичної ради _____ **Тоня ФРАТАВЧАН**

Анотація дисципліни

При вивчені дисципліни будуть розглянуті теоретичні та практичні основи математичного моделювання динамічних систем та процесів. Математичне моделювання – потужний інструмент розв'язання технічних, інженерних і наукових проблем, що ґрунтуються на використанні математичних моделей.

Для побудови математичних моделей доцільно проводити первинний статистичний аналіз даних, висувати гіпотези та оцінювати їх на основі зібраних даних. Прикладний аналіз даних служить базою прийняття управлінських рішень. На сучасному етапі його значимість значно зросла у зв'язку із величезним обсягом інформації, який необхідно проаналізувати.

Математичними моделями багатьох фізичних і технічних процесів є диференціально-функціональні рівняння. Такі рівняння виникають у теорії оптимального керування, при моделюванні біологічних та екологічних процесів, прикладних задач теорії оптимального керування та хімічної кінетики.

Незважаючи на наявність великої кількості наукових робіт, в яких вивчаються диференціально-функціональні рівняння існують питання, які вивчені досить мало. До них відносяться, зокрема, задачі про існування та побудову методів знаходження розв'язків початкових та крайових задач, оскільки на даний час немає універсальних методів їх розв'язання.

Планується розглянути схеми апроксимації розв'язків для нових класів диференціально-функціональних рівнянь із запізненням та нейтрального типу. Розглянути застосування схем апроксимації для знаходження неасимптотичних коренів квазіполіномів і запропоновано методику побудови областей стійкості лінійних диференціальних рівнянь з багатьма відхиленнями аргументу.

Мета та завдання навчальної дисципліни

Метою та завданнями дисципліни "Математичне моделювання динамічних систем і процесів" є:

- вивчення задач, що пов'язані із етапами обробки даних, побудовою та оцінкою математичних моделей експериментальних даних,
- дослідженням існуванням розв'язку початкових та крайових задач для систем із запізненням, аналіз властивостей їх стійкості та періодичності; реалізація точних та наближених методів побудови розв'язків;
- розвиток уміння застосовувати на практиці методи системного аналізу, методи математичного та комп'ютерного моделювання для побудови та дослідження моделей об`єктів і процесів;

Знання і досвід, набуті в цьому курсі, будуть корисними в майбутній практичній діяльності студентів при моделюванні на ЄОМ математичних моделей, що описуються диференціально-функціональними рівняннями.

Дисципліна формує такі комперентності за ОП:

ЗК1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
ЗК2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.
ЗК5. Здатність вчитися й оволодівати сучасними знаннями
ЗК7. Здатність генерувати нові ідеї (креативність
ЗК8. Здатність працювати в команді.
СК03. Здатність використовувати математичні методи для аналізу формалізованих моделей предметної області.
СК06. Здатність застосовувати існуючі і розробляти нові алгоритми розв'язування задач у галузі комп'ютерних наук.
СК11. Здатність ініціювати, планувати та реалізовувати процеси розробки інформаційних та комп'ютерних систем та програмного забезпечення, включно з його розробкою, аналізом, тестуванням, системною інтеграцією, впровадженням і супроводом.

Пререквізити.

Диференціальні рівняння, Обчислювальні методи, Програмування, Програмування та підтримка Веб-застосунків, Аналіз даних.

Постреквізити. Інтелектуальний аналіз даних та моделювання кризових явищ. Кваліфікаційна робота. Науково-дослідна практика.

Результати навчання

ЗНАТИ:

- основні теоретичні і практичні принципи, форми, методи, прийоми статистичної обробки чисельних даних, зокрема результатів експерименту із застосуванням ЕОМ;
- особливості історичного процесу виникнення ДФР;
- основні досягнення українських математиків та представників Чернівецького університету, які досліджували ДФР;
- означення та класифікацію ДФР, постановку початкової задачі;
- властивості розв'язків лінійних диференціально-різницевих рівнянь;
- методику наближеного розв'язання початкових задач із запізненням;
- постановку та достатні умови існування розв'язків крайових задач для рівнянь із запізненням .

ВМІТИ:

- застосовувати статистичні методи для розв'язання задач практичного змісту при моделюванні на ЄОМ різноманітних прикладних процесів та аналізі експериментальних даних.
- застосовувати метод кроків знаходження розв'язку початкової задачі;
- виписувати характеристичні квазіполіноми аналізувати розміщення їх коренів;
- досліджувати на стійкість лінійні ДРР методом Д-розбиття та за першим наближенням ;
- знаходити періодичні розв'язки в критичному та некритичному випадках;
- визначати і класифікувати математичні моделі із запізненням;
- знаходити розв'язки крайових задач для рівнянь із запізненням методом кроків та за допомогою спеціальних різницевих схем.

Наведені результати навчання за відповідною дисципліною співвідносяться із такими ***програмними результатами навчання*:**

РН7. Розробляти та застосовувати математичні методи для аналізу інформаційних моделей.

РН10. Проектувати архітектурні рішення інформаційних та комп'ютерних систем різного призначення.

РН11. Створювати нові алгоритми розв'язування задач у сфері комп'ютерних наук, оцінювати їх ефективність та обмеження на їх застосування

РН21. Демонструвати здатність участі у колективній роботі, використання інструментів колективної розробки та досліджень.

Опис навчальної дисципліни

Загальна інформація

Форма навчання	Рік підготовки	Семестр	Кількість		Кількість годин						Вид підсумкового контролю
			кредитів	годин	лекції	практичні	семінарські	лабораторні	самостійна робота	індивідуальні завдання	
Денна	1	1	4	120	16	16			88		залік

Структура змісту навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	денна форма					
	усього	у тому числі				
		л	п/с	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7
Змістовий модуль 1. ***Математичне моделювання та аналіз даних***						
Тема. 1. Вступ. Основні поняття математичного моделювання. Наукове програмування. Основна тріада моделювання: Об'єкт → Математична модель → Алгоритм → Комп'ютерна програма. Основні вимоги до прикладних програм.	10	1				9
Тема. 2. Алгоритми моделювання псевдовипадкових чисел. Імітаційне моделювання (метод Монте-Карло): відтворення випадкових фізичних, фінансових чи інженерних процесів.	18	2		2		14
Тема. 3. Попередня обробка експериментальних даних**.** Видалення або заповнення пропущених значень (*missing values*), усунення дублікатів та пошук викидів (*outliers*). Описова статистика, групування та варіаційні ряди. Дослідження законів розподілу експериментальних даних**.**	20	2		2		16
Разом за змістовим модулем 1	48	5		4		39
Змістовий модуль 2. ***Математичне та комп'ютерне моделювання динамічних систем з післядією.***						
Тема 4. Означення і класифікація диференціальних рівнянь з аргументом що відхиляється. Постановка початкової задачі для диференціальних рівнянь із запізненням. Метод кроків розв'язування початкової задачі.	20	4		4		12
Тема 5. Наближені методи розв'язування диференціально-різницевих рівнянь**.** Різницеві схеми для ДРР та алгоритми їх реалізації.	21	2		4		15
Тема 6 Алгоритми апроксимації диференціально-різницевих рівнянь. Алгоритми знаходження неасимптотичних коренів квазіполіномів**.** Моделювання стійкості систем із запізненням.	20	3		4		13
Тема 7. Моделі із запізненням. Післядія в біологічних, екологічних та економічних системах. Модель економічого росту із врахуванням запізнення віддачі інвестицій. Моделювання поширення інфекційних захворювань з урахуванням вакцинації, карантинних обмежень та міграції населення. ЦСР 3 (Міцне здоров'я і благополуччя).	11	2				9
Разом за змістовим модулем 2	72	11		12		49
Разом	**120**	**16**		**16**		**88**

Тематика лекційних занять з переліком питань

№	Назва теми з основними питаннями
Тема 1	Основні поняття математичного моделювання та аналізу даних 1. Наукове програмування. 2. Схема дослідження експериментальних даних 3. Математичний та статистичний підходи при аналізі даних. 4. Методи засновані на ШІ та машинному навчанні
Тема 2	Алгоритми моделювання псевдовипадкових чисел. 1. Псевдовипадкові числа 2. Генерування рівномірно розподілених випадкових чисел 3. Тести для оцінки точності моделювання рівномірно розподілених випадкових величин на (0,1). 4. Моделювання нормально розподілених випадкових чисел
Тема 3	Дослідження законів розподілу експериментальних даних**.** 1. Найбільш поширені закони розподілу даних. 2. Обчислення теоретичних частот. 3. Поняття про критерій згоди. 4. Методи засновані на ШІ та машинному навчанні.
Тема 4	Означення і класифікація диференціальних рівнянь з аргументом що відхиляється 1. Основні класи класифікація диференціальних рівнянь з аргументом що відхиляється 2. Постановка початкової задачі для ДРР 3. Метод кроків розвязування початкових задач 4. Гладкість розвязків початкових задач запізнюючого і нейтрального типів.
Тема 5	Наближені методи розв’язування диференціально-різницевих рівнянь**.** 1. Алгоритми побудови різницевих схем для ДРР. 2. Узагальнені явні та неявні рс Ейлера. 3. Умови збіжності рс. 4. Алгоритми реалізації рс. 5. Класифікація методів досліджень.
Тема 6	Алгоритми апроксимації диференціально-різницевих рівнянь. 1. Ідея схеми апроксимації ДРР послідовністю систем звичайних диференціальних систем. 2. Апроксимація скалярних ДРР з одним запізненням. 3. Апроксимація скалярних ДРР з багатьма запізненнями. 4. Апроксимація скалярних ДРР нейтрального типу 5. Апроксимація неасимптотичеих коренів квазіполіномів.
Тема 7	Математичні моделі прикладних процесів із запізненням. 1. Післядія в біологічних та медичних системах. 2. Моделі екології із врахуванням запізнення. 3. Математичні моделі інфекційних захворювань із запізненням. 4. Математичні моделі в імунології.

Теми практичних занять

№	Назва теми	год
1	Емпіричний розподіл даних та їх числові характеристики	2
2	Дослідження законів розподілу експериментальних даних.	2
3	Метод кроків розв'язування початкової задачі. Знаходження початкової множини для ДРР.	2
4	Дослідження гладкості розвязків ДДР запізнюючого і нейтрального типів	2
5	Лінійні ДРР, властивості їх їх квазіполіномів	2
6	Стійкість лінійних ДРР. Метод Д розбиття	2
7	Алгоритми апроксимації диференціально-різницевих рівнянь та схеми знаходження неасимптотичних коренів квазіполіномів.	2
8	Метод кроків розв'язування краєвої задачі для ДРР.	2

Самостійна робота студентів

Самостійна робота студентів складає 88 годин. Розподіл самостійної роботи за видами навчальних робот:

1) підготовка до лекційних занять – 10 годин;
2) підготовка до практичних занять та їх виконання – 16 годин;
3) самостійне опрацювання додаткового матеріалу – 10 годин;
4) підготовка до модульних контрольних робіт – 10 години;
5) виконання командного дослідницького проєкту 30 годин
5) підготовка до екзамену – 12 годин.

Студент може індивідуально виконувати додаткові завдання навчально-дослідницької спрямованості за завданнями, наданими викладачем та отримати **до 10 балів в рахунок ІНДЗ.**

Зміст завдань для самостійної роботи

№	Назва теми
1	Моделювання псевдовипадкових чисел
2	Дослідження законів розподілу експериментальних даних**.**
3	Алгоритми та засоби видалення аномальних даних
4	Класифікація диференціально-різницевих рівнянь, ознаки класів та приклади
5	Початкова задача для рівняння із запізненням та нейтрального типу.
6	Як визначити початкову множину для одного і кількох сталих запізнень?
7	Яке означення початкової множини для змінного запізнення?
8	Схема методу кроків для знаходження розв'язків початкової задачі.
9	Розміщення коренів квазіполіномів рівнянь із запізненням та нейтрального типів.
10	Основні означення стійкості розв'язків рівнянь із запізненням.
11	Схема методу Д-розбиття для простіших типів ДФР.
12	Періодичні розв'язки ДРР зі сталими коефіцієнтами.
13	Яка геометрична інтерпретація крайової задачі для рівнянь із запізненням?
14	Які біологічні, екологічні чи економічні процеси приводять до математичних моделей із запізненням?
15	Чому при збільшенні запізнення віддачі інвестицій зменшується темп росту економіки?
16	Чому різницеві схеми високого порядку не застосовують для розв'язання початкових задач для диференціально-різницевих рівнянь?
17	Як записати різницеву схему Ейлера для початкової задачі із запізненням?
18	Алгоритм реалізації різницевої схеми Ейлера для рівняння із ірраціональним запізненням.
19	Ідея апроксимації рівнянь із запізненням системами звичайних диференціальних рівнянь.
20	Наближене обчислювати неасимптотичних коренів квазіполіномів.

Система контролю та оцінювання

Види та форми контролю

1. Поточний (захист проєктів, опитування теоретичного матеріалу)
2. Модульний (контрольні роботи)
3. Підсумковий (екзамен)

Засоби оцінювання:

- контрольні роботи;
- проєкти;
- аналітичні звіти про виконання індивідуальних завдань та самостійної роботи.

Критерії оцінювання результатів навчання з навчальної дисципліни

Система оцінювання рівня навчальних досягнень ґрунтується на принципах ECTS та є накопичувальною. На протязі семестру студенти виконують дві контрольні роботи та командний дослідницький проєкт. Кожна контрольна робота оцінюється максимум 10 балами, а виконання КДП оцінюється максимум 50 балами. Підсумковим контролем з дисципліни є усний іспит.

Екзаменаційний білет містить три питання, з яких два питання теоретичні і одне практичне.

1. Повна відповідь на кожне питання оцінюється 10 балами.

2. За кожну помилку, яка допущена у відповіді, знімається певна кількість балів, а саме:

а) при відповіді на теоретичне питання у випадку неістотної помилки знімається 1-2 бали, а у випадку істотної 3-5 балів, якщо ж студент не опанував теоретичний матеріал дисципліни, плутається в означеннях, наводить логічно невірні твердження, то знімається до 10 балів;

б) при оцінці практичного завдання за помилку, допущену при перетвореннях, знімається 1-2 бали; за істотну помилку, яка привела до неправильної відповіді, знімається 3-5 балів; якщо ж розв'язання задачі логічно неправильне, то знімається до 10 балів.

3. Максимальна кількість, яку можна набрати на підсумковому модулі (екзамені) 30 балів.

4. Підсумкова оцінка виставляється за результатами суми балів набраних на змістовних модулях під час семестру та підсумковому модулі (екзамені) згідно таблиці

Шкала оцінювання: національна та ЄКТС

Оцінка за національною шкалою	**Оцінка за шкалою ECTS**	
	Оцінка (бали)	**Пояснення за розширеною шкалою**
Відмінно	A (90-100)	відмінно
Добре	B (80-89)	дуже добре
	C (70-79)	добре
Задовільно	D (60-69)	задовільно
	E (50-59)	достатньо
Незадовільно	FX (35-49)	(незадовільно) з можливістю повторного складання
	F (1-34)	(незадовільно) з обов'язковим самостійним повторним опрацюванням освітнього компонента до перескладання

Рекомендована література

Основна:

1. Бахрушин В.Є. Математичні основи моделювання систем: Навчальний посібник для студентів. - Запоріжжя: Класичний приватний університет. –2009. – 286 с. https://uk.education-wiki.com/6977087-types-of-data-analysis-techniques.
2. Benjamin Smith. Data Analytics: A Comprehensive Beginner's Guide To Learn About The Realms Of Data Analytics From A-Z Independently Published. – 2020. – 154 p.
3. Edward L. Robinson. Data Analysis for Scientists and Engineers Princeton University Press.– 2016.– 408 p.
4. Ляшенко І. М. Моделювання біологічних та екологічних процесів : навчальний посібник / І. М. Ляшенко, А. П. Мукоєд. – К. : Київський ун-т, 2002. – 340 с.
5. Хусаінов Д. Я., Шатирко А.В. Динамічні системи з післядією: навч. посіб. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2018. – 153 с.
6. Фодчук В.І., Бігун Я.Й., Клевчук І.І., Черевко І.М., Якімов І.В. Регулярно і сингулярно збурені диференціально-функціональні рівняння. – К.: Ін-т математики НАН України, 1996. – 210 с.

Додаткова

1. Стандарт вищої освіти України другий (магістерський) рівень, галузь знань 12 – Інформаційні технології, спеціальність 122 – Комп'ютерні науки// Затверджено і введено в дію наказом Міністерства освіти і науки України від 28.04.2022 р. № 393.– 18 с. URL: https://mon.gov.ua/storage/app/media/vishchaosvita/zatverdzeni%20standarty/2022/04/28/122-Kompyuterni.naukymahistr.393-28.04.22.pdf
2. Forrest-Owen O. Mathematical Modelling and it's Applications in Biology, Ecology and Population Study. – University of Chester,United Kingdom, 2016. –124 p.
3. Schiesser W.E. Time Delay ODE/PDE Models. Applications in Biomedical Science and Engineering. – Boca Rona, 2019. – 250 p.
4. Bellen A, Zennaro M. Numerical methods for delay differential equations. – Oxford University Press, 2003. – 395 p.
5. Kuang Jiaoxun, Cong Yuhao. Stability of numerical methods for delay differential equations. Elsevier, 2007. – 295 p.
6. Jack K. Hale, Sjoerd M. Verduyn Lunel. Introduction to functional differential equations. Springer New York, 1993. 458 p.

Інформаційні ресурси

1. https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=3740

Політика академічної доброчесності

Дотримання політики щодо академічної доброчесності учасниками освітнього процесу при вивченні освітнього компонента регламентовано чинними документами ЧНУ:

- "Кодекс академічної доброчесності та етики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича" https://www.chnu.edu.ua/universytet/normatyvni-dokumenty/kodeks-akademichnoi-dobrochesnosti-ta-etyky-chernivetskoho-natsionalnoho-universytetu-imeni-yuriia-fedkovycha/
- "Положення про виявлення та запобігання академічного плагіату у Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича" https://www.chnu.edu.ua/universytet/normatyvni-dokumenty/polozhennia-pro-vyiavlennia-ta-zapobihannia-akademichnomu-plahiatu-u-chernivetskomu-natsionalnomu-universyteti-imeni-yuriia-fedkovycha/
- "Політика використання штучного інтелекту в Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича" https://www.chnu.edu.ua/universytet/normatyvni-dokumenty/polityka-vykorystannia-shtuchnoho-intelektu-v-chernivetskomu-natsionalnomu-

universyteti-imeni-yuriia-fedkovycha-zi-zminamy-zatverdzhenymy-vchenoiu-radoiu-chnu-imeni-yuriia-fedkovycha/

Використання здобувачами освіти інструментів штучного інтелекту (ШІ) під час виконання навчальних завдань:

- *допускається* за умови дотримання принципів академічної доброчесності (здобувач освіти несе відповідальність за зміст, достовірність і результати поданої роботи, а у разі використання ШІ зобов'язаний зазначити факт і спосіб його застосування);
- *не допускається* використання ШІ як заміни самостійного виконання завдань або з метою порушення вимог академічної доброчесності;
- *додаткові обмеження чи вимоги* щодо використання ШІ *можуть визначатися* викладачем в освітньому процесі для конкретних видів навчальної діяльності відповідно до особливостей дисципліни.

Здобувач зобов'язаний своєчасно та якісно виконувати всі отримані завдання; за необхідністю з метою з'ясування всіх незрозумілих під час самостійної та індивідуальної роботи питань, відвідувати консультації викладача.

Складання/перескладання екзаменів відбувається за встановленим деканатом розкладом.