Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
(повне найменування вищого навчального закладу)
Факультет математики та інформатики
(назва інституту / факультету)

Кафедра прикладної математики та інформаційних технологій
(назва кафедри)

"ЗАТВЕРДЖУЮ"
Деканка факультету
математики та інформатики
____ проф. Мартинюк О.В.
"__" __червня 2026_ року

РОБОЧА ПРОГРАМА
навчальної дисципліни
Математичне моделювання в екології
(назва навчальної дисципліни)

вибіркова
(вказати: обов'язкова / вибіркова)

Освітньо-професійна програма Технології програмування та комп'ютерне моделювання
(назва програми)

Спеціальність F1 Прикладна математика
(вказати: код, назва)

Галузь знань F інформаційні технології
(вказати: шифр, назва)

Рівень вищої освіти перший бакалаврський
(вказати: перший бакалаврський/другий магістерський)

факультет математики та інформатики
(назва факультету/інституту, на якому здійснюється підготовка фахівців за вказаною освітньо-професійною програмою)

Мова навчання українська
(вказати: на якій мові читається дисципліна)

Чернівці 2026 рік

Робоча програма навчальної дисципліни **Математичне моделювання в екології_** складена відповідно до освітньо-професійної програми **«Технології програмування та комп'ютерне моделювання»**,

Розробники: Маценко Василь Григорович , доцент, канд.-фіз. наук, доцент
(П.І.Б. авторів, посада, науковий ступінь, вчене звання)

Викладач, що забезпечує читання даної навчальної дисципліни:
Маценко Василь Гртигорович, доцент кафедри прикладної математики та інформаційних технологій, кандидат фізико-математичних наук

Погоджено з гарантом ОП _____ Василь МАЦЕНКО

Затверджено на засіданні кафедри прикладної математики та інформаційних технологій
Протокол № 2 від "28" серпня 2026 року

Завідувач кафедри _____ Ярослав БІГУН

Схвалено методичною радою факультету математики та інформатики
Протокол № 1 від "28" серпня 2026 року

Голова методичної ради
факультету математики та інформатики _____ Тоня ФРАТАВЧАН

©Кафедра прикладної
математики та інформаційних
технологій, 2026рік
©_____, 2026рік

1. Анотація дисципліни (призначення навчальної дисципліни).

Навчальна дисципліна присвячена вивченню фундаментальних основ теорії математичного моделювання, принципам побудови та дослідження математичних моделей в екології.. Нині математичне моделювання є універсальним методом пізнання, неминучою складовою науково-технічного прогресу. Побудова математичних моделей здійснюється в усіх спеціальних дисциплінах зокрема в екології. Суть математичного моделювання полягає в тому, що вихідний реальний об'єкт заміняється математичною моделлю і в подальшому ця модель вивчається засобами математики, оскільки прямий експеримент, що дозволяє зібрати інформацію часто неможливий. Математичне моделювання для екологів стає додатковим інструментом дослідження. Воно сприяє пізнанню базових механізмів, що лежать в основі екологічних процесів і дозволяє вивчати наслідки зміни різних параметрів, що визначають процес та більш глибоко зрозуміти суть процесу.

Мета навчальної дисципліни: "Математичне моделювання в екології": студенти повинні опанувати проблеми, що виникають при математичному моделюванні, вивчити принципи побудови математичних моделей, методи їх дослідження та застосування, навчитись формалізувати задачі, сформульовані мовою предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.

2. Пререквізити. Алгебра і геометрія. Математичний аналіз. Диференціальні рівняння. Числові методи. Теорія ймовірностей та математична статистика. Програмування.

Постреквізити. Математичне моделювання природничих процесів

3. Результати навчання *(формулювання результатів навчання у вигляді переліку загальних та фахових компетентностей, програмних результатів відповідно до ОПП):*

В результаті вивчення дисципліни студент має набути таких **компетентностей:**

знати: основні поняття математичного моделювання, класифікацію моделей, етапи побудови математичних моделей, методи, принципи побудови дискретних і неперервних математичних моделей об'єктів і процесів та методи їх аналітичного дослідження, методи ідентифікації та агрегування математичних моделей, приклади математичних моделей з різних предметних областей, основні методи системного аналізу**.**

вміти: застосовувати принципи моделювання для розробки нових моделей об'єктів і процесів інформатизації, виділяти суттєві параметри, змінні для моделі, вести дослідження математичних моделей існуючими алгоритмами та розробляти нові алгоритми, обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу систем, здійснювати ідентифікацію, верифікацію, агрегування та декомпозицію математичних моделей, за допомогою моделювання одержувати нові знання, формулювати висновки та оцінювати їх адекватність, складність та ефективність, проводити комп'ютерне моделювання та організовувати обчислювальний експеримент.

Студент повинен оволодіти програмним матеріалом, виконати дві лабораторних роботи, здати колоквіум, виконати практичні завдання.

Під час вивчення дисципліни, відповідно до освітньо-професійної програми, формуються наступні

загальні компетентності:

ЗК01. Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.
ЗК02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.
ЗК03. Здатність генерувати нові ідеї (креативність).

ЗК04. Здатність бути критичним і самокритичним.
ЗК05. Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.
ЗК07. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.
ЗК08. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.
ЗК09. Здатність спілкуватися з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами з інших галузей знань/видів економічної діяльності).

фахові компетентності:

ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.
ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.
ФК06. Здатність розв'язувати професійні задачі за допомогою комп'ютерної техніки, комп'ютерних мереж та Інтернету, в середовищі сучасних операційних систем, з використанням стандартних офісних додатків.
ФК09. Здатність до проведення математичного і комп'ютерного моделювання, аналізу та обробки даних, обчислювального експерименту, розв'язання формалізованих задач за допомогою спеціалізованих програмних засобів.
ФК13. Здатність зрозуміти постановку завдання, сформульовану мовою певної предметної галузі, здійснювати пошук та збір необхідних вихідних даних.
ФК14. Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.
ФК19. Здатність застосовувати сучасні інформиаційні технології для компютерної реалізхації математичних моделей.

та отримуються наступні **програмні результати навчання:**

ПРН01. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.
ПРН03. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.
ПРН06. Володіти основними методами розробки дискретних і неперервних математичних моделей об'єктів та процесів, аналітичного дослідження цих моделей на предмет існування та єдиності їх розв'язку
ПРН12. Розв'язувати окремі інженерні задачі та/або задачі, що виникають принаймні в одній предметній галузі: в соціології, економіці, екології та медицині.
ПРН14. Виявляти здатність до самонавчання та продовження професійного розвитку.
ПРН 21. Досліджувати математичні моделі процесів якісними й аналітичними методами, застосовувати програмне забезпечення для їх комп'ютерного моделювання.

4. Опис навчальної дисципліни

4.1. Загальна інформація

Назва навчальної дисципліни_____												
Форма навчання	**Рік підготовки**	**Семестр**	**Кількість**			**Кількість годин**						**Вид підсумкового контролю**
			кредитів	**годин**	**змістових модулів**	**лекції**	**практичні**	**семінарські**	**лабораторні**	**самостійна робота**	**індивідуальні завдання**	
Денна	3	5	3	90	2	15			30	45		залік
Заочна												

4.2. Дидактична карта навчальної дисципліни

Назви змістовихмодулів і тем	Кількість годин										
	денна форма						заочна форма				
	усього	у тому числі					усього	у тому числі			
		л	п	лаб	інд	с.р.		л	п	лаб	інд
1	90	14	–	30		46	8	9	10	11	12
Теми лекційнихзанять	**Змістовий модуль 1.** (Основні поняття математичного моделювання та системного аналізу. Принципи та методи математичного моделювання)										
Тема 1. Вступ. Основні поняття математичного моделювання екологічних систем. Особливості моделювання екологічних систем. Роль диференціальних рівнянь у математичній екології. Комп'ютерне моделювання.	6	2				4					
Тема 2. Моделі росту чисельності ізольованих популяцій. Моделі Ферхюльста, Хатчинсона, Гомпертца. Моделі збору врожаю..	14	2		6		6					
Тема 3. Математичні моделі двовидових систем. Системи типу Лотки-Вольтерри. Модель Колмогорова. Її частинні випадки.	16	2		6		8					
Тема 4. Математичні моделі три видових систем. Система один хижак дві жертви. Система трьох конкурентів.	16	2		6		8					
Разом за ЗМ1	52	8		18		26					

Теми лекційнихзанять	Змістовий модуль 2. (*Математичне та комп'ютерне моделювання розподілених систем.*)										
Тема 5 Математичні моделі динаміки вікової структури. Лінійна та логістична модель динаміки вікової структури.	11	2		3		6					
Тема 7 Динамічні моделі просторово розподілених систем. Рівняння реакції з дифузією. Простіші моделі розповсюдження хвиль в екології. Рівняння Фішера Колмогорова.	11	2		3		6					
Тема 7. Дискретні моделі популяцій. Дискретна логістична модель та модель Ріккера. Дискретні моделі взаємодіючих популяцій.	22	2		12		8					
Разом за ЗМ 2	38	6		12		20					
Усього годин	90	14		30		46					

4.3. Зміст завдань для самостійної роботи

№ п/п	Назва теми	Форми контролю
1	Основи математичного моделювання в екології	колоквіум
2	Побудова математичних моделей на основі різних методів. Принцип найкращого благо сприяння. Приклади моделей.	колоквіум
	Ієрархія моделей	колоквіум
5	Побудова математичних моделей двовидових екологічних моделей: Модель хижак-жертва Віто Вольтерри, модель Колмогорова. Їх різновиди та дослідження.	лабораторна робота
6	Побудова та дослідження дискретних моделей динаміки популяцій.	лабораторна робота

Самостійна робота студента полягає в опрацюванні лекційного матеріалу, більш детальному розгляді окремих питань курсу, виконанні домашніх завдань, підготовці до лабораторних, лекційних занять і колоквіумів, виконанні лабораторних завдань і ффформування звітів

Самостійна робота студента загалом складає 45 годин. Розподіл цих годин за видами робіт:

- опрацювання лекційного матеріалу, більш детальний розгляд окремих питань курсу – 10 годин;
- формування звітів до лабораторних завдань – 10 годин;
- підготовка до колоквіумів– 10;
- підготовка до лабораторних і лекційних занять і заліку – 15 годин.

Оцінювання самостійної роботи студента є складовою частиною оцінювання його виконання його лабораторних робіт.

4.4. Тематика лабораторних робіт

Лабораторна робота №1

Завдання №1. Побудова математичних моделей динаміки ізольованих біологічних популяцій. Аналітичний та комп'ютерний аналіз моделей. Екологічне трактування отриманих результатів

Завдання №2. Побудова дискретних математичних моделей. Дослідження існування стаціонарних станів та їх стійкості. Вивчення питання про існування періодичних розв'язків. Комп'ютерне моделювання дискретних систем.

Лабораторна робота №2

Математичні моделі двовидових систем. Системи типу Лотки-Вольтерри. Модель Колмогорова. Її частинні випадки. Побудова моделей. Аналітичний та комп'ютерний аналіз моделей. Екологічне трактування отриманих результатів

5. Система контролю та оцінювання. Види та форми контролю

Формами поточного контролю є письмова (лабораторна робота) та усна відповідь студента на колоквіумі.

Формами підсумкового контролю є екзамен.

Засоби оцінювання

Засобами оцінювання та демонстрування результатів навчання можуть бути:

- контрольні роботи;
- аналітичні звіти з лабораторних робіт;
- презентації результатів виконаних завдань та досліджень;
- студентські презентації та виступи на наукових заходах;

Критерії оцінювання результатів навчання з навчальної дисципліни

(Критерієм успішного проходження здобувачем освіти підсумкового оцінювання можебути досягнення ним мінімальних порогових рівнів оцінок за кожним запланованим результатом навчання навчальної дисципліни.

Розподіл балів, які отримують студенти

Поточне оцінювання (*аудиторна та самостійна робота*)										Кількість балів (залік)	Сумарна к-ть балів
Змістовний модуль 1					Змістовний модуль 2					40	100
Т1	Т2	Т3	Т4	Т5	Т6	Т7	Т8	Т9	Т10		
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6		

Впродовж семестру студенти виконують лабораторних роботи (по 20 балів кожна) за змістовими модулями дисципліни.

Заліковий білет (40 балів) складається з 4 питань – 2 теоретичних і 2 практичних завдання. Кожне питання оцінюється по 10 балів.. За суттєві помилки в розв'язуванні задачі знімається 5-7 балів. За несуттєві помилки в розв'язуванні задачі знімається 1-4 бали. Часткове розв'язання задачі із грубими помилками, що не привело до отримання розв'язку, оцінюється не вище 3 балів. Загальна підсумкова оцінка з навчальної дисципліни враховує результати поточного та підсумкового контролю.

Переведення даних 100-бальної шкали оцінювання в 4-х бальну та шкалу за системою ECTS здійснюється в такому порядку

ШКАЛА ОЦІНЮВАННЯ

Оцінка за національною шкалою	**Оцінка за шкалою ECTS**	
	Оцінка (бали)	**Пояснення за розширеною шкалою**
Відмінно	A (90-100)	відмінно
Добре	B (80-89)	дуже добре
	C (70-79)	добре
Задовільно	D (60-69)	задовільно
	E (50-59)	достатньо
Незадовільно	FX (35-49)	(незадовільно) з можливістю повторного складання
	F (1-34)	(незадовільно) з обов'язковим повторним курсом

Нормативно-процесуальні умови оцінювання, допуску та апеляції

Оцінювання знань здобувачів вищої освіти здійснюється відповідно до «Положення про організацію освітнього процесу в Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича» та «Положення про контроль і систему оцінювання результатів навчання здобувачів вищої освіти у Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича».

Умови допуску до підсумкового семестрового контролю (іспиту):

- Обов'язкове виконання, подання та успішний захист двох лабораторних робіт, передбачених робочою програмою;
- Проходження поточного контролю за двома змістовими модулями;
- Набрання за результатами поточного оцінювання не менше 35 балів із 60 можливих.

Політика ліквідації заборгованостей та апеляції:

- Здобувачі освіти, які не були допущені до заліку або отримали під час семестрового контролю незадовільну оцінку FX (35–49 балів), мають право на ліквідацію академічної заборгованості за затвердженим графіком у визначені терміни до початку наступного навчального семестру.
- Перескладання заліку дозволяється не більше двох разів: один раз — викладачу, вдруге – комісії, створеній деканом факультету. Перескладання семестрового контролю з метою підвищення позитивної оцінки не допускається.

- Здобувачі, які отримали оцінку F (1-34 бали), зобов'язані пройти повторний курс вивчення дисципліни.
- У разі незгоди з отриманою на семестровому іспиті оцінкою здобувач вищої освіти має право подати письмову апеляційну заяву на ім'я декана факультету (або ректора Університету) не пізніше 12:00 наступного робочого дня після оголошення результату відповідно до Положення про апеляцію на результати підсумкового семестрового контролю ЧНУ.

6. Політика освітнього процесу та академічної доброчесності

Здобувач зобов'язаний своєчасно та якісно виконувати всі отримані завдання; за необхідності, з метою з'ясування всіх незрозумілих під час самостійної та індивідуальної роботи питань, відвідувати консультації викладача. Також студенти зобов'язані дотримуватись правил академічної доброчесності відповідно до «Етичного кодексу ЧНУ».

Політика дотримання академічної доброчесності (відповідно до Закону України «Про освіту») полягає у тому, що викладання навчальної дисципліни ґрунтується на засадах академічної доброчесності – сукупності етичних принципів та визначених законом правил, якими мають керуватися учасники освітнього процесу під час навчання, викладання та провадження наукової (творчої) діяльності з метою забезпечення довіри до результатів навчання та/або наукових (творчих) досягнень. Наявність академічного плагіату в студентських роботах є підставою для виставлення негативної оцінки. Списування студентів під час проходження тестування є підставою для дострокового припинення його складання та виставлення негативної оцінки.

Дотримання політики щодо академічної доброчесності учасниками освітнього процесу при вивченні навчальної дисципліни регламентовано такими документами:

- «Етичний кодекс Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича» (https://tinyurl.com/EKChNU);
- «Положення про виявлення та запобігання академічному плагіату у Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича» (https://tinyurl.com/PolPlagChNU).
- «Політика використання штучного інтелекту в Чернівецькому національному університету імені Юрія Федьковича»

  https://www.chnu.edu.ua/universytet/normatyvni-dokumenty/polityka-vykorystannia-shtuchnoho-intelektu-v-chernivetskomu-natsionalnomu-universyteti-imeni-yuriia-fedkovycha/

Використання здобувачами освіти інструментів штучного інтелекту (ШІ) під час виконання навчальних завдань:

- *допускається за умови* дотримання принципів академічної доброчесності (здобувач освіти несе відповідальність за зміст, достовірність і результати поданої роботи, а у разі використання ШІ зобов'язаний зазначити факт і спосіб його застосування);
- *не допускається* використання ШІ як заміни самостійного виконання завдань або з метою порушення вимог академічної доброчесності;

- *додаткові обмеження чи вимоги* щодо використання ШІ можуть визначатися викладачем в освітньому процесі для конкретних видів навчальної діяльності відповідно до особливостей дисципліни.

7.ЗАРАХУВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НЕФОРМАЛЬНОЇ ОСВІТИ

Відповідно до «*Порядку визнання у Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича результатів навчання, здобутих шляхом неформальної та / або інформальної освіти*» (https://www.chnu.edu.ua/media/4g5fzssb/poriadok-vyznannia-rezultativ-navchannia-zdobutykh-shliakhom-neformalnoi-ta-abo-informalnoi-osvity.pdf) у процесі вивчення дисципліни здобувачу освіти може бути зараховано до 25% балів, отриманих за результатами неформальної та / або інформальної освіти з проблем, що відповідають тематиці курсу.

Згідно з рішенням кафедри студентам можуть бути зараховані бали за наявності сертифіката про проходження курсів, тренінгів, вебінарів, які відповідають тематиці освітнього компонента.

Механізм та умови визнання результатів:

1. **Перезарахування окремих тем / лабораторних робіт / поточного контролю:**
   - У разі часткової відповідності змісту онлайн-курсу або сертифікованої програми тематиці окремих змістових модулів дисципліни «Програмування», здобувач звертається в усній формі до викладача, подаючи підтверджуючі документи.
   - За умови підтвердження відповідності результатів навчання здобувачу зараховується максимальний бал з відповідної теми (лабораторної роботи, тесту) та звільняється від виконання відповідних завдань. Загальний обсяг балів, який може бути зарахований здобувачу за результатами неформальної/інформальної освіти з окремих тем, не може перевищувати 25% від загальної кількості балів з дисципліни (до 25 балів зі 100).
2. **Повне зарахування освітнього компонента (підсумкового контролю):**
   - У разі необхідності повного зарахування навчальної дисципліни здобувач подає письмову заяву на ім’я декана факультету, до якої додає освітню декларацію про попереднє навчання та сертифікати.
   - Розгляд документів, співставлення результатів навчання із програмою дисципліни та оцінювання здійснює Предметна комісія, призначена розпорядженням декана.
3. **Процедура підтвердження та оцінювання:**

- У разі прийняття Предметною комісією рішення про проведення контрольного заходу (співбесіди, контрольного завдання), здобувачу надається до 10 робочих днів для підготовки за питаннями і завданнями, що виносяться на контроль.
- Загальний обсяг визнаних результатів неформальної освіти за весь строк навчання за ОПП «Технології програмування та комп'ютерне моделювання» не може перевищувати 35% від загального обсягу освітньої програми.

8.Рекомендована література – основна

1. Маценко В.Г. Математичне моделювання : навч. посібник. – Чернівці : Чернів. нац. ун-т, 2014. – 519 с.
2. Маценко В.Г. Математичне моделювання екологічних процесів : навч. посібник. – Чернівці : Чернів. нац. ун-т, 2019. – 376 с.
3. Маценко В.Г. Математичне моделювання динаміки вікової структури біологічних популяцій: монографія. – Чернівці : Чернів. нац. ун-т, 2018. – 191 с.
4. Самойленко А.М. та ін. Диференціальні моделі. Стійкість. – К.: Вища школа, 2000. – 329 с.

Додаткова

5. Хусаїнов Д. Я. та ін. Моделювання динамічних систем. – К.: Київський університет, 2004. – 69 с.
6. Ляшенко І. М., Мукоєд А.П. Моделювання екологічних та біологічних процесів. – К.: Київський університет, 2002. – 340 с.

.

6. Інформаційні ресурси

1.https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=3740 Сторінка курсу в системі Moodle

2.Маценко В.Г. Математичне моделювання екологічних процесів : навч. посібник. – Чернівці : Чернівец нац ун-т ім Ю. Федьковича. 2019. – 376 с.

https://archer.chnu.edu.ua/xmlui/handle/123456789/3209?

3.Маценко В.Г. Математичне моделювання динаміки вікової структури біологічних популяцій : монографія. – Чернівці : Чернівец нац ун-т ім Ю. Федьковича. 2018. – 191 с.

https://archer.chnu.edu.ua/xmlui/handle/123456789/3212?

Питання до заліку

1. Логістична модель росту чисельності популяції.
2. Моделі збору врожаю.

3. Система Лотки Вольтерри хижак-жертва. Дослідження. Принцип Вольтерри.
4. Модель хижак – жертва з конкуренцією серед жертв.
5. Узагальнення моделі хижак-жертва. Модель Колмогорова. Аналіз. Математичні моделі трофічної функції.
6. Моделі хижак-жертва з насиченням хижака.
7. Модель Вольтерри для двох конкурентів.
8. Модель симбіозу. Протокооперація. Мутуалізм.
9. Система один хижак-дві жертви.
10. Модель системи з трьох трофічних рівнів.
11. Модель динаміки трьох конкурентів. Приклад Мея.
12. Загальна модель дискретних популяцій. Логістична дискретна модель.
13. Загальна модель дискретних популяцій. Модель Рікера.
14. Загальна модель дискретних популяцій. Модель Скеллама.
15. Динамічні моделі просторово розподілених систем. Рівняння реакції з дифузією.
16. Математична модель динаміки вікової структури в стаціонарному середовищі.