

Голові разової спеціалізованої
вченої ради PhD 12748
Чернівецького національного
університету
імені Юрія Федьковича
доктору фізико-математичних наук,
професору Ігорю ЧЕРЕВКУ

ВІДГУК

офіційного опонента

на дисертаційну роботу аспіранта Українця О.З.

«Математичне моделювання природничих процесів
та економічних систем під дією збурень»

подану на здобуття наукового ступеня доктора філософії
за спеціальністю 113 – «Прикладна математика»

Актуальність теми та зв'язок з науковими планами та програмами

Дисертація О. З. Українця присвячена важливій міждисциплінарній проблемі: математичному моделюванню природних та економічних систем з урахуванням впливу екологічних факторів, збурень і ефектів запізнення. Актуальність роботи викликана потребою дослідження впливу екологічних факторів у медичній галузі щодо імунної відповіді організму людини при інфекційних захворюваннях, зростанням впливу таких факторів на перебіг епідемічного процесу. Сучасні ринкові процеси потребують вдосконалення апарату моделей загальної економічної рівноваги, зокрема щодо розподілу дискретних ресурсів та механізмів оптового ціноутворення, модифікації моделі Ерроу-Дебре, зокрема, щодо умови цілочисельної кількості товарів та використання заряду зарядів для урахування впливу оптових цін у ринкових процесах.

Роботу виконано на кафедрі прикладної математики та інформаційних технологій Чернівецького національного університету імені Юрія

Федьковича. Вона є складовою науково-дослідної теми «Математичне моделювання і числово-аналітичні методи дослідження динамічних та інформаційних процесів» (державний реєстраційний номер 0121U100117), що безпосередньо засвідчує її інтегрованість у відповідні державні наукові плани та програми.

Аналіз змісту дисертації та основні результати роботи

Дисертаційна робота присвячена побудові та дослідженню математичних моделей під дією багаточастотних збурень і запізнення, впливу екологічних факторів на процес імунної відповіді організму людини при інфекційних захворюваннях та на перебіг епідемічних процесів, розглянуто модифікації моделі Ерроу-Дебре для цілочисельної кількості товарів та використання зарядів для урахування впливу оптових цін у ринкових процесах.

Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку джерел та додатків.

Перший розділ присвячено огляду літератури за темою дисертації та викладу допоміжних понять і фактів. У даному розділі коротко описується історія досліджень методом усереднення багаточастотних систем, зокрема багаточастотних систем із запізненням аргументу, досліджень базової моделі імунної відповіді при інфекційних захворюваннях та її розвитку, SIR-моделі та її узагальнень і вплив факторів запізнення, появу, розвиток і модифікацію економічної моделі Ерроу-Дебре, акцентовано увагу на нерозв'язаних питаннях.

Другий розділ присвячено дослідженню впливу багаточастотних збурень на математичну модель із запізненнями аргументу, якою можуть описуватись процеси в екології, біології та інших областях. Застосований метод усереднення за швидкими змінними, який розвинутий у працях А.М. Самойленка, Р.І. Петришина, Я.Й. Бігуна, встановлено умови існування і

єдиності розв'язку задачі, обґрунтовано метод усереднення. Заслугує на увагу отримана оцінка похибки методу усереднення, яка явно залежить від малого параметра і набуває вигляду

$$\|u(\tau, \varepsilon) - \bar{u}(\tau, \varepsilon)\| \leq c_3 \varepsilon^{\alpha+\beta}, \alpha$$

де α залежить від кількості фазових змінних і запізнень. Варто відзначити також результат теореми 2.3, в якій суттєво ослаблена умова виходу системи із малого околу резонансу. Цікавим є приклад моделі «хижак-жертва», на якому проілюстровано одержані результати в залежності від величини збурення.

У розділі 3 модифіковано і досліджено нові математичні моделі з урахуванням впливу усередненого екологічного фактору, який аргументовано запропоновано описати узагальненим рівнянням Хатчінсона

$$\frac{dE(t)}{dt} = r \left(1 - \left(\frac{E(t)}{K} \right)^n \right) E(t), t \geq 0,$$

встановлено достатні умови існування, єдиності та невід'ємності розв'язків систем рівнянь (3.8)-(3.11) і (3.30), (3.32)-(3.33), що важливо для застосувань. Вдало підібрано коефіцієнт $\gamma(E)$ у формулі (3.31). В кожній з моделей знайдено стаціонарні розв'язки та умови їх існування, доведено асимптотичну стійкість розв'язків (3.17) і (3.39). Відзначу результат теореми 3.3, в якій знайдена оцінка початкової величини інфікування, перевищення якої не веде до розвитку інфекційного захворювання і величина антигена асимптотично прямує до нуля. У підпункті (3.1.7) і (3.2.6) для запропонованих моделей проведено числове моделювання та проілюстровано динаміку зі зміною параметрів.

Зміст дисертаційного дослідження в частині модифікації економічної моделі Ерроу–Дебре має послідовну внутрішню логіку: від постановки обмежень класичної моделі до побудови узагальненого апарату цін і

доведення існування рівноваги ринку за модифікованих умов. Зокрема, під час аналізу цілочисельної модифікації моделі обміну на множині N_0^d , автор успішно адаптує геометричну постановку задачі, зберігаючи незмінною економічну сутність попиту і бюджетних множин. Проблему неперервної залежності ціни від кількості товару, яка унеможливлювала врахування оптових цін у моделі Ерроу-Дебре, автор вдало вирішує застосуванням зарядів. Доповнюється розглянутий математичний апарат визначенням комплементарного простору – узагальненої структури, на якій можна визначати заряди, що утворюють порядково повну векторну ґратку і розглядаються в ролі цінових векторів.

Наукова новизна, оцінка обґрунтованості наукових положень дисертації та їх достовірності

У дисертації запропоновано й досліджено методом усереднення нову математичну модель із запізненнями аргументів під дією багаточастотних збурень. Побудовано математичні моделі імунної відповіді і поширення епідемії із впливом екологічного фактору, які ще не досліджувалися. Строго доведено існування та єдиність розв'язків отриманих задач, стійкість стаціонарних розв'язків, побудовано конструктивну оцінку величини інфікування для збереження стану здорового організму.

Базовим здобутком стало використання комплементарних просторів як універсальної структури, на основі якої дисертант коректно вводить поняття зарядів, що формують порядково повну векторну ґратку. У площині практичної економіки це означає, що простір «узагальнених цін» отримує чітку, добре структуровану математичну основу, ідеально пристосовану для дослідження рівноважних процесів.

Дисертаційна робота О.З. Українця добре структурована, грамотно оформлена і є цілісним та завершеним науковим дослідженням.

Теоретичне та практичне значення одержаних результатів.

Дисертація найперше є теоретичним дослідженням. Отримані в дисертації результати мають конструктивний характер, описують важливі природничі процеси в екології, імунології, епідеміології, демонструючи потужні можливості математичного моделювання та рекомендувати їх для застосування медичним навчальним закладам та соціальним службам для прогнозування процесів та застосування у практичній діяльності, застосування в мікроекономічних моделях конкурентної рівноваги, адаптованих до ринків із дискретними ресурсами та складними стратегіями ціноутворення.

Повнота викладу результатів дисертації в опублікованих працях

Результати дисертації достатньо повно опубліковані у 6 наукових статтях, з яких 5 статей належать до переліку наукових видань України категорії "Б", одна належить до міжнародної наукометричної бази "Scopus". Наукові результати апробовані в матеріалах 6 всеукраїнських та міжнародних наукових конференцій. У дисертації в опублікованих у співавторстві працях визначено особистий внесок дисертанта.

Дисертація відповідає встановленим вимогам щодо кількості публікацій за темою дисертації у фахових виданнях, а також щодо об'єму та оформлення дисертаційних робіт.

Зауваження і побажання

- 1) При числовому моделюванні імунної відповіді варто проаналізувати залежність не тільки від запізнення у рівнянні для показника екології, але й від запізнення τ утворення каскаду плазмоклітин, від чого залежить перебіг інфекційного захворювання.
- 2) У моделі імунної відповіді (3.8)-(3.11) цікаво також розглянути залежність від віку інфікованих осіб.

3) У підрозділі 3.1.6 успішно досліджено асимптотичну стійкість стану здорового організму, але варто б знайти умови стійкості стаціонарного розв'язку (3.19) (3.20) та області стійкості для основних параметрів моделі.

4) При доведенні теореми 2.3 у розділі 2 використано позначення доданку B_5 , який насправді не використовується і скорше є технічною опискою. На цілісність і коректність доведення дана неточність не впливає.

5) Зауваження й побажання до розділу 4 можна сформулювати як конструктивні напрями подальшого розвитку. Зокрема, логічним кроком для цілочисельної моделі стало б перенесення результату про існування рівноваги з одноагентного середовища на багатоагентне, що відповідає класичним цілям моделювання конкурентних ринків.

Висловлені зауваження до роботи жодним чином не знижують її загальної високої оцінки, а радше окреслюють перспективні вектори подальшого розвитку запропонованої теорії та застосування в прикладних задачах.

Загальний висновок

Оцінюючи дисертаційну роботу в цілому, можна обґрунтовано констатувати, що за актуальністю обраної теми, масштабом і змістом виконаних досліджень, науковою новизною та практико-теоретичною цінністю отриманих результатів, а також за належним рівнем їх наукового обґрунтування, дисертація Олега Захаровича Українця на тему «Математичне моделювання природничих процесів та економічних систем під дією збурень» є завершеною самостійною науковою працею, яка робить вагомий внесок у розвиток методів математичного моделювання нелінійних динамічних процесів, математичної епідеміології, імунології та теорії економічної рівноваги.

Дисертація цілком відповідає вимогам пунктів 6, 7, 8, 9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової

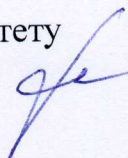
спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. №44 (зі змінами, внесеними згідно з Постановами Кабінету Міністрів України № 341 від 21.03.2022, № 502 від 19.05.2023, № 507 від 03.05.2024), а її автор, Українець Олег Захарович, заслуговує на присудження ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 «Прикладна математика» в галузі знань 11 «Математика та статистика».

Офіційний опонент: доктор технічних наук, професор,

професор кафедри комп'ютерних наук

та прикладної математики Національного університету

водного господарства та природокористування

 Андрій БОМБА



