

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича  
Факультет математики та інформатики  
Кафедра алгебри та інформатики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету  
математики та інформатики



Ольга МАРТИНЮК

“ ” 2025 року

РОБОЧА ПРОГРАМА  
навчальної дисципліни

# Алгебра і геометрія

обов'язкова


Освітньо-професійна програма	<u>Системний аналіз</u>
Спеціальність	<u>F4 Системний аналіз та наука про дані</u>
Галузь знань	<u>F Інформаційні технології</u>
Рівень вищої освіти	<u>перший (бакалаврський)</u> <u>Факультет математики та інформатики</u>
Мова навчання	українська

Робоча програма навчальної дисципліни «Алгебра і геометрія» складена відповідно до освітньо-професійної програми «Системний аналіз», затвердженої Вченою радою Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича, протокол №5 від 28 квітня 2025 р.

Розробник: Колісник Руслана Степанівна,  
завідувач кафедри алгебри та інформатики,  
кандидат фіз.-мат. наук, доцент

Викладачі, що забезпечують читання даної навчальної дисципліни:

Колісник Руслана Степанівна,  
завідувач кафедри алгебри та інформатики,  
кандидат фіз.-мат. наук, доцент

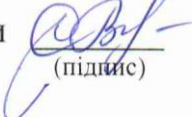
Погоджено з гарантом ОП  Андрій ПЕРЦОВ  
(підпис)

Затверджено на засіданні кафедри алгебри та інформатики  
Протокол № 12 від 25 червня 2025 року.

Завідувач кафедри  Руслана КОЛІСНИК  
(підпис)

Схвалено методичною радою факультету математики та інформатики

Протокол № 12 від 25 червня 2025 року.

Голова методичної ради  Віра СІКОРА  
(підпис)

**Мета навчальної дисципліни** полягає у забезпеченні ґрунтовного засвоєння теоретичних і практичних розділів курсу алгебри і геометрії, сприянні формуванню навичок у застосуванні методів алгебри та геометрії, зокрема, лінійної алгебри, векторної алгебри, аналітичної геометрії тощо. Для досягнення мети передбачається **вивчення** таких основних розділів:

Визначники. Матриці. Системи лінійних рівнянь. Векторна алгебра. Елементи аналітичної геометрії. Комплексні числа. Многочлени. Векторні простори. Оператори. Лінійні та квадратичні форми. Евклідові простори.

**Пререквізити.** Шкільний курс математики.

**Результати навчання.** У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:** основні поняття та твердження з програмного матеріалу даного курсу;

**вміти:** використовувати вивчений матеріал при розв'язуванні конкретних задач, застосовувати теоретичні знання на практиці.

Під час вивчення дисципліни, відповідно до освітньої програми, формуються наступні

**фахові компетентності:**

ФК2. Здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів.

ФК3. Здатність будувати математично коректні моделі статичних та динамічних процесів і систем із зосередженими та розподіленими параметрами із врахуванням невизначеності зовнішніх та внутрішніх факторів.

ФК9. Здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з ясністю і точністю і в таких формах, які підходять для аудиторії як усно так і в письмовій формі.

**та отримуються наступні програмні результати навчання:**

ПР1. Знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, аналітичну геометрію, лінійну алгебру та векторний аналіз, функціональний аналіз та дискретну математику в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань системного аналізу.

ПР2. Вміти використовувати стандартні схеми для розв'язання комбінаторних та логічних задач, що сформульовані природною мовою, застосовувати класичні алгоритми для перевірки властивостей та класифікації об'єктів, множин, відношень, графів, груп, кілець, решіток, булевих функцій тощо.

**Опис навчальної дисципліни**  
**Загальна інформація**

Форма навчання	Рік підготовки	Семестр	Кількість		Кількість годин						Вид підсумкового контролю
			кредитів	годин	лекції	практичні	семінарські	лабораторні	самостійна робота	індивідуальні завдання	
Денна	1	1	4	120	30	30	-	-	60	-	екзамен
		2	4	120	30	30	-	-	60	-	екзамен

**Структура змісту навчальної дисципліни**

Назви змістових модулів і тем навчальних занять	Кількість кредитів - 8 /годин – 240 год.					
	усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7
<b>1 семестр</b>						
<b>Змістовий модуль 1. Основні поняття алгебри</b>						
<b>Тема 1.</b> Визначники другого і третього порядків та їх властивості.	6	2	2	-	-	2
<b>Тема 2.</b> Визначники вищих порядків та методи їх обчислення.	8	2	2	-	-	4
<b>Тема 3.</b> Матриці та дії над матрицями.	5	2	1	-	-	2
<b>Тема 4.</b> Обернена матриця. Ранг матриці.	5	1	2	-	-	2
<b>Тема 5.</b> Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Методи розв'язування СЛАР: метод Гауса, формули Крамера, матричний метод.	12	3	3	-	-	6
<b>Тема 6.</b> Теорема Кронекера-Капеллі та її застосування до дослідження СЛАР. Системи лінійних однорідних рівнянь. Фундаментальна система їх розв'язків (ФСР).	8	2	2	-	-	4
<b>Разом за змістовим модулем 1</b>	<b>44</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	-	-	<b>20</b>
<b>Змістовий модуль 2. Вектори</b>						
<b>Тема 1.</b> Вектори. Системи координат на прямій, площині і в просторі. Лінійні дії над векторами.	6	2	2	-	-	2
<b>Тема 2.</b> Скалярний, векторний, мішаний добуток векторів та їх застосування.	16	4	4	-	-	8
<b>Разом за змістовим модулем 2</b>	<b>22</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	-	-	<b>10</b>

<b>Змістовий модуль 3. Аналітична геометрія</b>						
<b>Тема 1.</b> Пряма лінія на площині. Її рівняння. Взаємне розміщення прямих.	10	2	2	-	-	6
<b>Тема 2.</b> Площина у просторі. Її рівняння. Взаємне розміщення площин.	10	2	2	-	-	6
<b>Тема 3.</b> Пряма лінія у просторі Її рівняння. Взаємне розміщення прямих та прямої і площини.	10	2	2	-	-	6
<b>Тема 4.</b> Лінії другого порядку: коло, еліпс, гіпербола та парабола. Вивід їх канонічних рівнянь	8	2	2	-	-	4
<b>Тема 5.</b> Зведення загального рівняння лінії другого порядку до канонічного вигляду за допомогою перетворення системи координат.	8	2	2	-	-	4
<b>Тема 6.</b> Рівняння поверхонь у просторі. Циліндричні та конічні поверхні. Поверхні обертання: сфера, еліпсоїд, гіперболоїди та параболоїди.	8	2	2	-	-	4
<b>Разом за змістовим модулем 3</b>	<b>54</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	-	-	<b>30</b>
<b>Усього годин за 1 семестр</b>	<b>120</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	-	-	<b>60</b>
<b>2 семестр</b>						
<b>Змістовий модуль 4. Кільце многочленів. Квадратичні форми</b>						
<b>Тема 1.</b> Комплексні числа та їх застосування.	12	4	2	-	-	6
<b>Тема 2.</b> Кільце многочленів від однієї змінної над заданим полем. НСД многочленів. Їх корені. Теорема Безу. Схема Горнера та її застосування.	14	4	4	-	-	6
<b>Тема 3.</b> Основна теорема алгебри та наслідки з неї.	8	2	2	-	-	4
<b>Тема 4.</b> Многочлени з раціональними коефіцієнтами, знаходження їх раціональних коренів.	8	2	2	-	-	4
<b>Тема 5.</b> Межі дійсних коренів многочлена з дійсними коефіцієнтами, їх знаходження. Теорема Штурма.	8	2	2	-	-	4
<b>Тема 6.</b> Квадратична форма. Канонічний та нормальний вигляди КФ. Еквівалентність КФ. Розпаданя КФ у добуток лінійних форм. Додатно означені КФ.	12	4	2	-	-	6
<b>Разом за змістовим модулем 4</b>	<b>62</b>	<b>18</b>	<b>14</b>	-	-	<b>30</b>

<b>Змістовий модуль 5. Лінійні простори. Лінійні оператори. Многочленні матриці</b>						
<b>Тема 1.</b> Лінійні простори. Базис лінійного простору. Зв'язок між базисами лінійного простору.	13	4	3	-	-	6
<b>Тема 2.</b> Лінійні оператори (ЛО) у лінійних просторах. Матриця ЛО у заданій базі, закон її зміни при зміні базису. Власні вектори та власні значення ЛО.	13	4	3	-	-	6
<b>Тема 3.</b> Означення евклідового простору. Ортогональність векторів. Процес ортогоналізації.	9	2	3	-	-	4
<b>Тема 4.</b> Ортогональні та симетричні оператори у евклідових просторах, їх властивості. Зведення квадратичних форм до головних осей.	12	2	4	-	-	6
<b>Тема 5.</b> Многочленні матриці. Канонічна форма $\Lambda$ -матриці. Жорданова форма матриці. Мінімальний многочлен.	11	-	3	-	-	8
<b>Разом за змістовим модулем 5</b>	<b>58</b>	<b>12</b>	<b>16</b>	-	-	<b>30</b>
<b>Усього годин за 2 семестр</b>	<b>120</b>	<b>30</b>	<b>30</b>	-	-	<b>60</b>
<b>Усього годин</b>	<b>240</b>	<b>60</b>	<b>60</b>	-	-	<b>120</b>

### Тематика лекційних занять з переліком питань

№	Назва теми з основними питаннями
<b>Змістовий модуль 1. Основні поняття алгебри</b>	
1.	Тема 1. Визначники другого і третього порядків та їх властивості.
2.	Тема 2. Визначники вищих порядків та методи їх обчислення.
3.	Тема 3. Матриці та дії над матрицями.
4.	Тема 4. Обернена матриця. Ранг матриці.
5.	Тема 5. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Методи розв'язування СЛАР: метод Гауса, формули Крамера, матричний метод.
6.	Тема 6. Теорема Кронекера-Капеллі та її застосування до дослідження СЛАР. Системи лінійних однорідних рівнянь. Фундаментальна система їх розв'язків (ФСР).
<b>Змістовий модуль 2. Вектори</b>	
1.	Тема 1. Вектори. Системи координат на прямій, площині і в просторі. Лінійні дії над векторами.
2.	Тема 2. Скалярний, векторний, мішаний добутки векторів та їх застосування.
<b>Змістовий модуль 3. Аналітична геометрія</b>	
1.	Тема 1. Пряма лінія на площині. Її рівняння. Взаємне розміщення прямих.

2.	Тема 2. Площина у просторі. Її рівняння. Взаємне розміщення площин.
3.	Тема 3. Пряма лінія у просторі Її рівняння. Взаємне розміщення прямих та прямої і площини.
4.	Тема 4. Лінії другого порядку: коло, еліпс, гіпербола та парабола. Вивід їх канонічних рівнянь
5.	Тема 5. Зведення загального рівняння лінії другого порядку до канонічного вигляду за допомогою перетворення системи координат.
6.	Тема 6. Рівняння поверхонь у просторі. Циліндричні та конічні поверхні. Поверхні обертання: сфера, еліпсоїд, гіперболоїди та параболоїди.
<b>Змістовий модуль 4. Кільце многочленів. Квадратичні форми</b>	
1.	Тема 1. Комплексні числа та їх застосування.
2.	Тема 2. Кільце многочленів від однієї змінної над заданим полем. НСД многочленів. Їх корені. Теорема Безу. Схема Горнера та її застосування.
3.	Тема 3. Основна теорема алгебри та наслідки з неї.
4.	Тема 4. Многочлени з раціональними коефіцієнтами, знаходження їх раціональних коренів.
5.	Тема 5. Межі дійсних коренів многочлена з дійсними коефіцієнтами, їх знаходження. Теорема Штурма.
6.	Тема 6. Квадратична форма. Канонічний та нормальний вигляди КФ. Еквівалентність КФ. Розпадань КФ у добуток лінійних форм. Додатно означені КФ.
<b>Змістовий модуль 5. Лінійні простори. Лінійні оператори. Многочленні матриці</b>	
1.	Тема 1. Лінійні простори. Базис лінійного простору. Зв'язок між базисами лінійного простору.
2.	Тема 2. Лінійні оператори (ЛО) у лінійних просторах. Матриця ЛО у заданій базі, закон її зміни при зміні базису. Власні вектори та власні значення ЛО.
3.	Тема 3. Означення евклідового простору. Ортогональність векторів. Процес ортогоналізації.
4.	Тема 4. Ортогональні та симетричні оператори у евклідових просторах, їх властивості. Зведення квадратичних форм до головних осей.
5.	Тема 5. Многочленні матриці. Канонічна форма $\Lambda$ -матриці. Жорданова форма матриці. Мінімальний многочлен.

### Тематика практичних занять з переліком питань

№	Назва теми (питання/завдання)
<b>Змістовий модуль 1. Основні поняття алгебри</b>	
1.	Обчислення визначників другого і третього порядків. Властивості визначників.
2.	Обчислення визначників вищих порядків. Теорема Лапласа.
3.	Матриці та дії над матрицями. Обернена матриця та методи її знаходження. Матричні рівняння. Ранг матриці та способи його обчислення
4.	Розв'язування СЛАР методом Гауса, матричним методом та формулами

	Крамера.
5.	Дослідження СЛАР за допомогою теореми Кронекера-Капеллі. СЛОР та їх дослідження. ФСР.
<b>Змістовий модуль 2. Вектори</b>	
1.	Вектори, лінійні дії над векторами. Системи координат на прямій, площині та у просторі.
2.	Розв'язування задач на знаходження та застосування скалярного, векторного, мішаного добутків векторів.
<b>Змістовий модуль 3. Аналітична геометрія</b>	
1.	Пряма лінія на площині. Її рівняння. Взаємне розміщення прямих.
2.	Площина у просторі. Її рівняння. Взаємне розміщення площин.
3.	Пряма лінія у просторі. Її рівняння. Взаємне розміщення прямих та прямої і площини.
4.	Канонічні рівняння ліній другого порядку.
5.	Зведення загального рівняння лінії другого порядку до канонічного вигляду за допомогою перетворення системи координат.
6.	Рівняння поверхонь у просторі. Циліндричні та конічні поверхні. Поверхні обертання: сфера, еліпсоїд, гіперболоїди та параболоїди.
<b>Змістовий модуль 4. Кільце многочленів. Квадратичні форми</b>	
1.	Комплексні числа. Форми запису комплексних чисел. Формула Муавра. Застосування комплексних чисел
2.	Многочлени та дії над ними. Найбільший спільний дільник многочленів, алгоритми його знаходження.
3.	Схема Горнера та її застосування. Кратні корені многочлена.
4.	Основна теорема алгебри та наслідки з неї.
5.	Многочлени з раціональними коефіцієнтами, знаходження їх раціональних коренів.
6.	Межі дійсних коренів многочлена з дійсними коефіцієнтами, їх знаходження. Теорема Штурма.
7.	Зведення квадратичної форми до канонічного та нормального виглядів. Додатно означені квадратичні форми.
<b>Змістовий модуль 5. Лінійні простори. Лінійні оператори. Многочленні матриці</b>	
1.	Лінійні простори. Зв'язок між базисами лінійного простору.
2.	Лінійні оператори у лінійних просторах. Власні вектори та власні значення ЛО.
3.	Евклідові простори. Процес ортогоналізації.
4.	Ортогональні оператори у евклідових просторах, їх властивості. Симетричні оператори у евклідових просторах, їх зв'язок з симетричними матрицями. Зведення квадратичних форм до головних осей.

## Завдання для самостійної роботи студента

Самостійна робота складається з повторення матеріалу, засвоєного на лекціях, самостійного опанування частини теоретичного матеріалу, роботи з контрольними запитаннями та завданнями, виконання домашніх завдань.

№	Назва теми	Завдання для самостійної роботи	К-сть год.
<b>Змістовий модуль 1. Основні поняття алгебри</b>			
1.	<b>Т. 1,2</b>	Обчислення визначників $n$ -го порядку методами: зведення до трикутної форми, рекурентних співвідношень, лінійних множників. Розклад визначника за елементами фіксованого рядка або стовпця. Теорема Лапласа. Визначники Вандермонда. Косиметричні визначники. Програмування одного з методів.	6
2.	<b>Т. 3,4</b>	Обернена матриця та методи її знаходження. Матричні рівняння. Ранг матриці та способи його обчислення.	4
3.	<b>Т. 5,6</b>	Розв'язування СЛАР методом Гауса, матричним методом та формулами Крамера. Програмування одного з методів. Дослідження СЛАР за допомогою теореми Кронекера-Капеллі. СЛОР та їх дослідження. Побудова ФСР.	10
<b>Змістовий модуль 2. Вектори</b>			
1.	<b>Т. 1</b>	Вектори, лінійні дії над векторами. Декартові системи координат на прямій, площині та у просторі. Полярна, циліндрична та сферична системи координат.	2
2.	<b>Т. 2</b>	Розв'язування задач на знаходження та застосування скалярного, векторного, подвоєного векторного та мішаного добутків векторів.	8
<b>Змістовий модуль 3. Аналітична геометрія</b>			
1.	<b>Т. 1</b>	Пряма лінія на площині. Її рівняння. Взаємне розміщення прямих.	6
2.	<b>Т. 2</b>	Площина у просторі. Її рівняння. Взаємне розміщення площин.	6
3.	<b>Т. 3</b>	Пряма лінія у просторі. Її рівняння. Взаємне розміщення прямих та прямої і площини.	6
4.	<b>Т. 4</b>	Канонічні рівняння ліній другого порядку. Розв'язування задач.	4
5.	<b>Т. 5</b>	Зведення загального рівняння лінії другого порядку до канонічного вигляду за допомогою перетворення системи координат. Програмування даного методу. (домашня контрольна робота)	4
6.	<b>Т. 6</b>	Рівняння поверхонь у просторі. Циліндричні та конічні поверхні. Поверхні обертання: сфера, еліпсоїд, гіперболоїди та параболоїди. (презентація)	4
<b>Змістовий модуль 4. Кільце многочленів. Квадратичні форми</b>			

1.	<b>Т. 1</b>	Комплексні числа. Форми запису комплексних чисел. Формула Муавра. Застосування комплексних чисел	6
2.	<b>Т. 2</b>	Многочлени та дії над ними. Найбільший спільний дільник многочленів: алгоритми його знаходження, застосування алгоритму Евкліда. Схема Горнера та її застосування. Кратні корені многочлена.	6
3.	<b>Т. 3</b>	Основна теорема алгебри та наслідки з неї. Формули Вієта.	4
4.	<b>Т. 4</b>	Многочлени з раціональними коефіцієнтами, знаходження їх раціональних коренів.	4
5.	<b>Т. 5</b>	Межі дійсних коренів многочлена з дійсними коефіцієнтами, їх знаходження. Теорема Штурма. Наближене обчислення коренів: метод хорд, метод дотичних.	6
6.	<b>Т.6</b>	Зведення квадратичної форми до канонічного та нормального виглядів. Еквівалентність квадратичних форм. Розпаданя квадратичних форм у добуток лінійних форм. Додатно означені квадратичні форми.	4
<b>Змістовий модуль 5. Лінійні простори. Лінійні оператори. Многочленні матриці</b>			
1.	<b>Т. 1</b>	Лінійні простори. Зв'язок між базисами лінійного простору.	6
2.	<b>Т. 2</b>	Лінійні оператори у лінійних просторах. Власні вектори та власні значення ЛО.	6
3.	<b>Т. 3</b>	Евклідові простори. Процес ортогоналізації.	4
4.	<b>Т.4</b>	Ортогональні оператори у евклідових просторах, їх властивості. Симетричні оператори у евклідових просторах, їх зв'язок з симетричними матрицями. Зведення квадратичних форм до головних осей.	6
5.	<b>Т. 5</b>	Зведення $\Lambda$ -матриці до канонічного вигляду. Жорданова форма матриці. Мінімальний многочлен	8

### **Методи навчання**

У процесі вивчення навчальної дисципліни використовуються інноваційні освітні технології: інформаційно-комунікаційні, технології студентоцентрованого навчання; традиційні та інтерактивні форми і методи навчання, серед яких: вербальні (словесні), наочні, проблемно-пошукові, індуктивно-дедуктивні, лекція-візуалізація, проблемна лекція, аналіз і розв'язання ситуативних задач та ін, зокрема, електронне навчання з використанням системи Moodle, тестування.

### **Система контролю та оцінювання**

Оцінювання знань студентів здійснюється на основі результатів поточного та підсумкового контролю знань. Об'єктом оцінювання знань

студентів є програмний матеріал дисципліни, засвоєння якого перевіряється під час даних контролів.

Поточний контроль здійснюється під час проведення практичних занять, перевірки самостійної роботи студентів та під час написання модульних контрольних робіт. Завданням поточного контролю є перевірка розуміння та засвоєння лекційного матеріалу, набуття практичних навичок для вирішення поставлених завдань, уміння самостійно опрацювати теоретичний матеріал, висловлювати власні думки та їх обґрунтовувати, проводити презентацію опрацьованого матеріалу (письмово чи усно). Завданням підсумкового контролю є перевірка розуміння студентом програмного матеріалу в цілому, здатності логічно та послідовно розв'язувати практичні задачі, комплексно використовувати отримані знання.

Оцінювання знань студентів здійснюється за 100-бальною шкалою. Результати роботи студентів, впродовж навчального семестру, оцінюються в ході поточного контролю в діапазоні від 1 до 60 балів, а результати підсумкового контролю (екзамену) оцінюються від 1 до 40 балів.

Загальна підсумкова оцінка з навчальної дисципліни враховує результати поточного та підсумкового контролю.

**Засобами оцінювання** та демонстрування результатів навчання з курсу є:

- самостійні роботи;
- модульні контрольні роботи;
- математичні диктанти;
- колоквіуми;
- тести.

### **Форми та критерії поточного та підсумкового контролю**

До контрольних заходів з дисципліни належать: поточний та підсумковий контроль.

Поточний контроль знань студентів упродовж одного семестру включає бали за роботу на практичних заняттях, а також оцінювання всіх видів самостійної роботи. Він здійснюється у **формі** усного спілкування зі студентами, письмового та тестового контролю (математичні диктанти, усні відповіді, розв'язання завдань студентами біля дошки та на місцях, самостійні роботи, тести) і має за мету перевірку ступеня засвоєння певного навчального матеріалу, а також рівня оволодіння вміннями та навичками. Контроль знань та вмінь студентів після вивчення певної частини (змістового модуля) навчальної дисципліни проводиться у **формі** модульної контрольної роботи, завдання якої дозволяють діагностувати якість знань, рівень сформованості вмінь і навичок за змістом модуля згідно вимог робочої програми дисципліни.

Підсумковий контроль – комплексне оцінювання рівня сформованості дисциплінарних компетентностей.

**Форма підсумкового контролю** з алгебри і геометрії – екзамен.

**Розподіл балів, які отримують студенти  
1 семестр**

Поточний контроль														Підсумковий контроль (екзамен)	Сумарна к-ть балів
Змістовий модуль 1 (20 балів)						Змістовий модуль 2 (10 балів)		Змістовий модуль 3 (30 балів)						<b>40</b>	<b>100</b>
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T1	T2	T1	T2	T3	T4	T5	T6		
2	4	4	2	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5		

**2 семестр**

Поточний контроль												Підсумковий контроль (екзамен)	Сумарна к-ть балів
Змістовий модуль 4 (30 балів)						Змістовий модуль 5 (30 балів)						<b>40</b>	<b>100</b>
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T1	T2	T3	T4	T5			
5	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6			

**Шкала оцінювання: національна та ЄКТС**

Оцінка за національною шкалою	Оцінка за шкалою ЄКТС	
	Оцінка (бали)	Пояснення за розширеною шкалою
<b>Відмінно</b>	A (90-100)	відмінно
<b>Добре</b>	B (80-89)	дуже добре
	C (70-79)	добре
<b>Задовільно</b>	D (60-69)	задовільно
	E (50-59)	достатньо
<b>Незадовільно</b>	FX (35-49)	(незадовільно) з можливістю повторного складання
	F (1-34)	(незадовільно) з обов'язковим самостійним опрацюванням освітнього компоненту до перескладання

# Перелік питань для самоконтролю та підсумкового контролю навчальних досягнень студентів

## 1 семестр

### Змістовий модуль 1. Основні поняття алгебри

1. Визначники другого і третього порядків та їх властивості.
2. Мінори, алгебраїчні доповнення. Розклад визначника за елементами фіксованого рядка або стовпця.
3. Перестановки і підстановки.
4. Означення визначника  $n$ -го порядку.
5. Теорема про добуток мінора на його алгебраїчне доповнення. Теорема Лапласа. Методи обчислення визначників  $n$ -го порядку.
6. Дії над матрицями.
7. Теорема про визначник добутку матриць.
8. Обернена матриця, її існування та знаходження.
9. Ранг матриці та його обчислення.
10. Розв'язування систем лінійних рівнянь за формулами Крамера.
11. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Гаусса.
12. Метод Жордана-Гаусса.
13. Матричний запис системи лінійних рівнянь та її розв'язування.
14. Теорема Кронекера-Капеллі.
15. Властивості розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь.
16. Фундаментальна система розв'язків.
17. Загальний розв'язок системи лінійних рівнянь.

### Змістовий модуль 2. Вектори

18. Скалярні і векторні величини.
19. Лінійні дії над векторами та їх властивості.
20. Лінійна залежність (незалежність) векторів.
21. Базис на прямій, площині, просторі. Розклад вектора за базисом.
22. Системи координат на прямій, площині, у просторі.
23. Полярна система координат, її зв'язок з декартовою.
24. Проекція вектора на вісь. Координати вектора.
25. Найпростіші задачі координатної геометрії: віддаль між двома точками, поділ відрізка у заданому відношенні, площа трикутника.
26. Дії над векторами, заданими координатами, їх властивості.
27. Ранг системи векторів.
28. Скалярний добуток векторів. Алгебраїчні та геометричні властивості скалярного добутку векторів.
29. Скалярний добуток векторів заданих координатами.
30. Застосування скалярного добутку векторів.
31. Векторний добуток векторів. Алгебраїчні та геометричні властивості векторного добутку векторів.

32. Векторний добуток векторів заданих координатами.
33. Застосування векторного добутку векторів.
34. Мішаний добуток векторів. Алгебраїчні та геометричні властивості мішаного добутку векторів.
35. Мішаний добуток векторів заданих координатами.
36. Застосування мішаного добутку векторів.

### **Змістовий модуль 3. Аналітична геометрія**

37. Поняття про лінію та її рівняння. Знаходження рівняння лінії за її геометричними властивостями.
38. Різні види рівнянь прямої на площині.
39. Загальне рівняння прямої та його дослідження.
40. Кут між двома прямими. Умови паралельності і перпендикулярності двох прямих.
41. Відстань від точки до прямої.
42. Різні види рівнянь площини.
43. Загальне рівняння площини та його дослідження.
44. Кут між двома площинами. Умови паралельності і перпендикулярності двох площин.
45. Відстань від точки до площини.
46. Різні види рівнянь прямої у просторі.
47. Загальне рівняння прямої у просторі.
48. Кут між двома прямими. Умови паралельності і перпендикулярності двох прямих.
49. Кут між прямою і площиною. Умови паралельності і перпендикулярності прямої і площини.
50. Відстань від точки до прямої та між двома прямими у просторі.
51. Коло, еліпс, гіпербола та парабола: вивід їх рівнянь, дослідження їх форм, ексцентриситет, директриси, оптичні властивості.
52. Перетворення декартових прямокутних координат при паралельному перенесенні та повороті осей.
53. Зведення загального рівняння лінії другого порядку до канонічного вигляду за допомогою паралельного перенесення та повороту осей координат.
54. Рівняння поверхонь у просторі.
55. Циліндричні та конічні поверхні.
56. Поверхні обертання.
57. Сфера, еліпсоїд, гіперболоїди та параболоїди, їх перерізи.

### **2 семестр**

### **Змістовий модуль 4. Кільце многочленів. Квадратичні форми**

1. Комплексні числа, форми зображення, дії над комплексними числами.
2. Спряжені комплексні числа, їх властивості.

3. Формула Муавра.
4. Корені з комплексних чисел.
5. Півгрупи, моноїди. Групи.
7. Підгрупи. Циклічні групи.
8. Числові та абстрактні кільця.
9. Числові та абстрактні поля.
10. Кільце многочленів від однієї змінної над заданим полем.
11. Алгоритм ділення з остачею. Єдиність неповної частки і остачі.
12. Корені многочленів. Теорема Безу.
13. Схема Горнера та її застосування. Кратні корені многочлена. Виділення кратних множників многочлена.
14. Основна теорема алгебри та наслідки з неї: розклад многочлена на лінійні множники над полем комплексних чисел, інтерполяційна формула Лагранжа, формули Вієта.
15. Найбільший спільний дільник многочленів.
16. Розклад раціонального дробу в суму простих дробів.
17. Многочлени з дійсними коефіцієнтами, властивості їх коренів.
18. Многочлени з раціональними коефіцієнтами, знаходження їх раціональних коренів.
19. Межі дійсних коренів многочлена з дійсними коефіцієнтами, їх знаходження.
20. Система многочленів Штурма, її існування та побудова. Теорема Штурма.
21. Наближене обчислення дійсних коренів многочлена.
22. Квадратична форма, її матриця. Зміна матриці квадратичної форми при лінійному перетворенні невідомих.
23. Канонічні квадратичні форми. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду, теорема Лагранжа.
24. Нормальний вигляд квадратичної форми у полі дійсних та комплексних чисел. Закон інерції дійсних квадратичних форм. Індеси інерції та сигнатура.
25. Еквівалентність квадратичних форм у полі дійсних та комплексних чисел.
26. Розпадання квадратичних форм у добуток лінійних форм у полі дійсних та комплексних чисел.
27. Додатно означені квадратичні форми.

### **Змістовий модуль 5. Лінійні простори. Лінійні оператори. Многочленні матриці**

28. Лінійний простір. Означення та аксіоми. Ізоморфізм лінійних просторів. Означення та властивості.
29. Скінченновимірний лінійний простір. Базис. Розмірність простору. Координати вектора в даному базисі.
30. Зв'язок між базами. Матриця переходу від бази до бази. Зв'язок між координатами вектора в різних базисах.

31. Підпростори лінійного простору. Лінійна оболонка, натягнута на систему векторів.
32. Сума та перетин підпросторів лінійного простору. Теорема про зв'язок між розмірностями суми та перетину підпросторів лінійного простору.
33. Лінійний оператор, означення та властивості. Матриця лінійного оператора в деякому базисі. Координати образу вектора.
34. Зв'язок між матрицями лінійного оператора в різних базисах.
35. Область значень та ядро лінійного оператора. Ранг та дефект лінійного оператора, теорема про зв'язок між ними.
36. Невироджений лінійний оператор. Його властивості.
37. Характеристична матриця, характеристичний многочлен, характеристичне рівняння та характеристичні корені матриці лінійного оператора.
38. Власний вектор та власне значення лінійного оператора. Теорема про зв'язок характеристичних коренів лінійного оператора з його власними значеннями.
39. Скалярний добуток векторів лінійного простору. Властивості. Евклідів векторний простір.
40. Ортогональність елементів (векторів) евклідового простору. Довжина вектора. Кут між векторами.
41. Ортогональна система елементів (векторів) евклідового простору. Процес ортогоналізації. Нормування векторів. Ортонормовані системи векторів.
42. Ортогональне доповнення та ортогональна проекція вектора на підпростір в евклідовому просторі.
43. Ортогональний оператор евклідового простору, його властивості. Ортогональна матриця, її властивості.
44. Симетричний оператори евклідового простору, його властивості. Симетрична матриця, її властивості.
45. Існування невідродженого ортогонального перетворення невідомих, яке приводить дійсну квадратичну форму до канонічного вигляду. Зведення двох квадратичних форм до канонічного вигляду за допомогою одного невідродженого перетворення невідомих.
46. Зведення загального рівняння поверхні 2-го порядку в трьохвимірному евклідовому просторі до канонічного вигляду (на практиці).
47. Поліноміальні матриці. Дії над ними. Матричний поліном.
48. Елементарні перетворення поліноміальних матриць. Канонічний вигляд поліноміальної матриці. Еквівалентність поліноміальних матриць.
49. Унімодулярні матриці, їх властивості. Основна теорема про подібність числових матриць.
50. Жорданова клітка. Жорданова матриця. Характеристична матриця і характеристичний многочлен для жорданової клітки і жорданової матриці. Зведення числової матриці до жорданової форми.
51. Означення, властивості та застосування мінімального многочлена поліноміальної матриці.

## **Зарахування результатів неформальної/інформальної освіти**

Здобувачі вищої освіти має право на участь у неформальній/інформальній освіті.

У межах поточного контролю можуть визнаватися результати неформальної/інформальної освіти за умови наявності сертифікату або освітньої декларації про результати неформальної/інформальної освіти з питань, що відповідає тематиці курсу («Порядок визнання у Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича результатів навчання, здобутих шляхом неформальної та/або інформальної освіти», <https://www.chnu.edu.ua/media/4g5fzssb/poriadok-vyznannia-rezultativ-navchannia-zdobutykh-shliakhom-neformalnoi-ta-abo-informalnoi-osvity.pdf>).

Студентам можуть бути зараховані додаткові бали, отримані через неформальну освіту, до загальної суми балів, набраної з освітньої компоненти, за умови, що результати з проблеми, за якою відбувалося навчання, відповідають тематиці курсу.

## **Рекомендована література**

### **Основна**

1. Боднарук С.Б., Городецький В.В., Колісник Р.С. Алгебра та геометрія в теоремах і задачах: навч. посібник. Друге видання, виправлене і доповнене. Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2024. – 354 с.
2. Городецький В.В., Колісник Р.С., Сікора В.С. Лінійна алгебра в теоремах і задачах. Частина друга: Навчальний посібник.— Чернівці, 2023. – 252 с.
3. Мартинюк О.В., Колісник, Р.С. Вибрані питання алгебри та початків аналізу. Навч. посібник. Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2022. – 192 с.
4. Основи аналітичної геометрії в теоремах і задачах / навч. посіб.: В.В. Городецький, С.Б. Боднарук, Ж.І. Довгей, В.С. Лучко. – Чернівці: – Чернівецький нац. ун-т ім. Ю. Федьковича, 2020. – 384 с.
5. Городецький В.В., Колісник Р.С., Сікора В.С. Курс лінійної алгебри в теоремах і задачах. Частина перша: Навчальний посібник. Видання 3-є, стереотипне. – Чернівці, 2018. – 336 с.
6. Городецький В.В., Боднарук С.Б. Алгебра та геометрія в теоремах і задачах: навч. Посібник. – Част. I. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2009. – 336 с.
7. Костарчук В.М., Хацет Б.І. Курс вищої алгебри.— К.: Рад. шк., 1964. 511 с.
8. Фаддєєв Д.К., Сомінський І.С. Збірник задач з вищої алгебри.— К.: Вища школа, 1971. – 316 с.
9. Чарін В.С. Лінійна алгебра. – К. :Техніка, 2004. – 416 с.
10. Колісник Р. С., Сікора В. С., Шевчук Н. М. Лінійна алгебра в теоремах і задачах. Частина перша: Навч. посібник.– Чернівці: Книги – XXI, 2010. – 292 с.

### **Допоміжна**

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика. Навч. пособник. – К. : А.С.К., 2001. – 648 с.

2. Завало С.Т., Левіщенко С.С., Пилав В.В., Рокицький І.О. Алгебра і теорія чисел. Практикум. Частина 1. – К. : Вища школа, 1983. – 232 с.
3. Завало С.Т., Левіщенко С.С., Пилав В.В., Рокицький І.О. Алгебра і теорія чисел. Практикум. Частина 2. – К. : Вища школа, 1986. – 264 с.
4. Вища математика: Збірник задач : Навч. посібник /За ред В.П. Дубовика, І.І.Юрика. – К.:А.С.К., 2001. – 648 с.
5. Домбровський Р.Ф., Овчар М.С., Похила М.М, Шадний В.С. Практичні заняття з аналітичної геометрії. Навчальний посібник . – Чернівці: ЧДУ Рута, 1997. – 98 с.
6. Мартинюк О.В., Колісник, Р.С. Вибрані питання алгебри та початків аналізу. Навч. посібник. Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2022. – 192 с.
7. Ковдриш В.В., Колісник Р.С., Мироник В.І. Загальна теорія кривих другого порядку: Навчальний посібник. – Чернівці: Місто, 2012. – 71 с.
8. Лінійна алгебра. Контрольні питання та завдання для самостійної роботи. 1 семестр / Укл.: Р.С. Колісник, В.С. Сікора. – Чернівці: Книги – XXI, 2012. – 58 с.
9. Алгебра та геометрія. Контрольні питання і завдання. 2 семестр / Укл.: Колісник Р.С., Сікора В.С. – Чернівці: Книги – XXI, 2012. – 63 с.
10. Контрольні питання та завдання з лінійної алгебри. 2 семестр / Укл.: Р.С. Колісник, В.С. Сікора.– Чернівці: Книги – XXI, 2012.– 47 с.

### **Інформаційні ресурси**

1. Електронні курси «Алгебра і геометрія (1 семестр)» <https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=2371> та «Алгебра і геометрія (2 семестр)» <https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=86>
2. Сайт наукової бібліотеки Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича <http://www.library.chnu.edu.ua/>

### **Політика академічної доброчесності**

Дотримання політики щодо академічної доброчесності учасниками освітнього процесу при вивченні навчальної дисципліни регламентовано такими документами:

- «Етичний кодекс Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича» <https://www.chnu.edu.ua/universytet/normatyvni-dokumenty/etychnyi-kodeks-chernivetskoho-natsionalnoho-universytetu-imeni-yurii-fedkovycha/>
- «Положенням про виявлення та запобігання академічного плагіату у Чернівецькому національному університету імені Юрія Федьковича» <https://www.chnu.edu.ua/universytet/normatyvni-dokumenty/polozhennia-pro-vyivlennia-ta-zapobihannia-akademichnomu-plahiatu/>