

Голові разової спеціалізованої
вченої ради PhD 12748
Чернівецького національного
університету
імені Юрія Федьковича
доктору фізико-математичних наук,
професору Ігорю ЧЕРЕВКУ

РЕЦЕНЗІЯ

рецензента

на дисертаційну роботу Українця Олега Захаровича
*«Математичне моделювання природничих процесів
та економічних систем під дією збурень»*
подану на здобуття наукового ступеня доктора філософії
за спеціальністю 113 – «Прикладна математика»

Актуальність теми та зв'язок з науковими планами та програмами

Дослідження динамічних процесів у сучасному природознавстві набуває особливої значущості в контексті прогнозування епідемій, перебігу інфекційних захворювань і взаємодії популяцій. У таких моделях намагаються врахувати все більше об'єктивних чинників, зокрема зовнішніх факторів як то вплив екології, соціальні і політичні фактори, економічний вплив і врахування залежності динаміки процесу від передісторії.

Дослідження математичних моделей із врахуванням багаточастотних збурень, які впливають на динаміку процесу на досить великих часових інтервалах, дозволяє вивчати складні коливні процеси у поєднанні із застосуванням комп'ютерного обчислення. Розширення апарату методу усереднення за фазовими змінними, що досліджувався А.М. Самойленком, Р.І. Петришиним та Я.Й. Бігуном із врахуванням запізнення, є розвитком нового інструменту для дослідження процесів у механіці, біології та екології, які

піддаються впливу різного типу збурень, кожне з яких має відповідну коливну природу і враховує запізнення.

Прогнозування динаміки імунної відповіді організму людини на інфекційне захворювання на базі моделі, запропонованої Г.І. Марчуком, потребує врахування екологічних чинників. Таке розширення факторів, запропоноване автором дисертаційної роботи, робить модель наближеною до реальних умов, адже процес формування плазмоклітин, загальний стан організму людини, динаміка поширення антигенів прямо залежать від стану навколишнього середовища.

Особливо активного розвитку моделювання епідемічних процесів набуло після пандемії COVID-19. Сучасні дослідження враховують не лише біологічні характеристики інфекційних захворювань, а й зовнішні природні чинники, заходи профілактики та ізоляції, соціально-психологічні аспекти тощо. Побудована в роботі модель розвитку епідемій на основі базової SIR-моделі з урахуванням народжуваності, смертності, втрати імунітету та зовнішніх впливів створює підґрунтя для подальших досліджень у математичній епідеміології.

Моделювання економічних систем є важливою сферою застосування математичних методів, а модель Ерроу–Дебре посідає фундаментальне місце в мікроекономічній теорії, описуючи умови встановлення загальної рівноваги цін, виробництва та споживання. Сучасні дослідження розвивають і модифікують цю модель, зокрема враховуючи процентні ставки, прибуток, заощадження, виробничі фактори та питання унікальності чи множинності рівноваги. У дисертаційній роботі розглянуто окремі модифікації моделі, зокрема з цілочисельною кількістю товарів і використанням зарядів (ортогонально адитивних функціоналів) для врахування впливу оптових цін, а також

застосовано поняття комплементарного простору для узагальненого опису ринків різних товарів.

Враховуючи наведене вище, вважаю дисертаційну роботу Українця О. З. повноцінним актуальним науковим дослідженням у галузі математичного моделювання та числового дослідження процесів у різних природничих та економічних процесах. Така тематика дослідження є не лише теоретичною, а й прикладною для екології, біоматематики, епідеміології та економіки.

Робота виконана на кафедрі прикладної математики та інформаційних технологій Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича і відповідає напрямку досліджень в межах науково-дослідної теми «Математичне моделювання і числово-аналітичні методи дослідження динамічних та інформаційних процесів» (державний реєстраційний номер 0121U100117).

Структура та зміст дисертаційної роботи

Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків до кожного з розділів, загальних висновків, списку використаних джерел, що налічує 115 позицій, додатку та списку публікацій здобувача за темою дисертації.

Перший розділ присвячено аналізу літератури за темою дисертаційного дослідження. У ньому наведено сучасні підходи до моделювання впливу екологічних чинників, які застосовуються для опису динаміки забруднення довкілля. Також зроблено огляд методу усереднення і його розвитку в працях Я. Й. Бігуна для систем із запізненням аргументу. Окрему увагу приділено класичним і сучасним епідеміологічним моделям, зокрема SIR- та SEIR-моделям, а також моделям імунної відповіді Г.І. Марчука та їх модифікаціям. Завершується розділ аналізом праць, присвячених моделі економіки Ерроу–

Дебре та її узагальненням з урахуванням різних умов щодо товарів, цін і відношень переваги.

У другому розділі за допомогою методу усереднення за фазовими змінними досліджено вплив багаточастотних збурень із запізненням аргументу на динаміку нелінійних систем диференціальних рівнянь з лінійним запізненням. У роботі доведено існування та єдиність розв'язку, обґрунтовано метод усереднення, отримано оцінку похибки методу, що явно залежить від малого параметра ε . Результати проілюстровано на модельному прикладі динаміки популяції типу Лотки-Вольтерри, досліджено вплив збурення на стійкість стаціонарних розв'язків.

Класичну модель імунної відповіді при інфекційних захворюваннях Г.І. Марчука модифіковано, включивши залежність від екологічного фактору $E(t)$, який описаний як мультифакторний зовнішній вплив. Динаміку $E(t)$ запропоновано описати узагальненим рівнянням Гатчінсона із запізненням. У роботі обґрунтовано невід'ємність, існування та єдиність розв'язку задачі Коші. Сформульовано достатні умови асимптотичної стійкості рівноваги «здоровий організм». Отримано оцінку V^* початкового вірусного інфікування – імунологічного бар'єру. Важливою і актуальною також є модель поширення епідемії із впливом екологічного фактору.

У четвертому розділі запропоновано дві модифікації моделі загальної ринкової рівноваги Ерроу–Дебре з урахуванням дискретності товарних запасів та оптових цін. Доведено існування економічної рівноваги й досліджено її основні властивості, а використання ортогонально адитивних функціоналів і комплементарного простору дало змогу узагальнено описати цінову структуру ринків.

Наукова новизна, оцінка обґрунтованості наукових положень дисертації та їх достовірності

Результати і висновки дисертації, що становлять наукову новизну, полягають в тому, що уперше:

- обґрунтовано метод усереднення за фазовими змінними для математичної моделі із запізненням під впливом багаточастотних збурень;
- для моделей імунної відповіді та епідемії з екологічним фактором новизна полягає у введенні зовнішнього фактору (впливу середовища) та дослідження його впливу на динаміку епідеміологічних процесів;
- отримано коефіцієнтні умови стійкості стану «здорового організму» та величину імунологічного бар'єру і базове репродуктивне число R_0 в модифікованій SIR-моделі;

Досягненням здобувача при побудові моделі імунної відповіді (3.8)-(3.11) є дослідження впливу екологічного фактору, а також врахування у рівнянні (3.8) залежності швидкості зміни антигена від показника k , яке раніше не розглядалося.

Розглянута цілочисельна версія товарного простору, що відображає дискретну природу багатьох ринків, і доводиться існування рівноважного цінового вектора в узгодженій постановці. Запропоновано концепцію ціни як заряду, що природно описує оптові ринкові процеси, які не вкладаються в рамки лінійних цінових функціоналів.

Достовірність забезпечується тим, що ключові положення мають форму теорем; результати погоджуються з частковими випадками відомих теорій (зокрема, при поверненні до класичних постановок Ерроу–Дебре або до стандартних схем усереднення). Опис моделей підкріплюється вимогою невід'ємності фазових змінних, аналізом стаціонарних станів і узгодженістю з

епідеміологічною інтерпретацією R_0 ; додатково наведено чисельні експерименти, які ілюструють якісну поведінку розв'язків.

Теоретичне та практичне значення одержаних результатів

Отримані в дисертації результати є новим і важливим вкладом у моделювання процесів імунної відповіді, поширення епідемій, що відкриває можливість узагальнення математичних моделей в екології, медицині, охороні здоров'я та інших природничих областях. Узагальнення цілочисельних товарних векторів і запропонованого математичного опису оптових знижок є важливим для дослідження ринкової рівноваги.

Дослідження в дисертації можуть надалі застосовуватися для врахування впливу різного роду екологічних забруднень на процес лікування інфекційних захворювань, оцінки перебігу епідемій, у фінансовому секторі для розрахунку рівноваги ринку у мікроекономічній теорії за допомогою модифікованих моделей Ерроу-Дібре.

Повнота викладу результатів дисертації в опублікованих працях та апробація результатів дослідження

Основні положення і висновки дисертаційної роботи викладені у 6 наукових працях. Зокрема, одна з них індексована у наукометричній базі Scopus, 5 наукових праць – у виданнях, що включені до переліку фахових наукових видань України. Матеріали дисертації доповідалися і опубліковані у 5 тезах доповідей на міжнародних і національній (Республіка Польща) наукових конференціях та відображені у двох статтях категорії А і Б. Результати дисертації повною мірою викладені в зазначених публікаціях.

Дисертація Українця О.З. відповідає чинним вимогам до оформлення дисертації та обсягу основного тексту.

Зауваження та побажання

1. У прикладі (2.1) модель частіше називається як Лотки-Вольтерри.

2. У переліку умовних позначень замість $0 < \lambda \leq 1$ вказано $0 < \tau \leq 1$.
3. На рис. 2.4 варто б зобразити кілька фазових траєкторій і показати напрям руху по них.
4. Перебіг інфекційного захворювання суттєво залежить від температурної реакції організму, тому в модель (3.8)-(3.11) варто б додати температурний фактор.
5. У моделі поширення епідемії важливо б дослідити як стійкість так і нестійкість стаціонарного розв'язку (3.40) та побудувати області параметричної стійкості характеристичного рівняння (с. 82).
6. Поряд із новими і важливими результатами в четвертому розділі варто розглянути модельний приклад, який демонструє цілочислові значення товарних векторів.

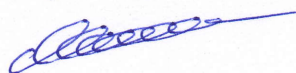
Висновок

Оцінюючи дисертаційну роботу в цілому, є достатні підстави стверджувати, що за актуальністю обраної теми, рівнем математичної строгості, обсягом і змістовністю отриманих результатів, науковою новизною та теоретико-практичною значущістю, дисертація Олега Захаровича Українця «Математичне моделювання природничих процесів та економічних систем під дією збурень» є завершеним актуальним науковим дослідженням. Дисертаційна робота виконана відповідно до вимог пунктів 6, 7, 8, 9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. №44 (зі змінами, внесеними згідно з Постановами Кабінету Міністрів України № 341 від 21.03.2022, № 502 від 19.05.2023, № 507 від 03.05.2024), а її автор Українець Олег Захарович

заслуговує на присудження ступеня доктора філософії за спеціальністю 113
«Прикладна математика» в галузі знань 11 «Математика та статистика».

Рецензент

кандидат фізико-математичних наук,
доцент кафедри прикладної математики
та інформаційних технологій
факультету математики та інформатики
Чернівецького національного університету
імені Юрія Федьковича



Василь МАЦЕНКО

