

**Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича**

**Факультет математики та інформатики**

**Кафедра прикладної математики та інформаційних технологій**

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**

**Декан факультету математики та інформатики**

\_\_\_\_\_ **Ольга МАРТИНЮК**

" \_\_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ **2025 року**

**РОБОЧА ПРОГРАМА**

**навчальної дисципліни**

***Дискретна математика***

Обов'язкова навчальна дисципліна

**Освітньо-професійна програма** \_\_\_\_\_ **Системний аналіз**

**Спеціальність** \_\_\_\_\_ **F4 Системний аналіз та наука про дані**

**Галузь знань** \_\_\_\_\_ **F Інформаційні технології**

**Рівень вищої освіти** \_\_\_\_\_ **перший (бакалаврський)**

**Факультет** \_\_\_\_\_ **математики та інформатики**

**Мова навчання** \_\_\_\_\_ **українська**

**Чернівці, 2025 рік**

Робоча програма навчальної дисципліни "Дискретна математика" **складена відповідно до освітньо-професійної програми "Системний аналіз" першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальністю "F4 Системний аналіз та наука про дані" галузі знань "F Інформаційні технології", затвердженої Вченою радою Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича 28 квітня 2025 р., протокол №5.**

**Розробник:**

Філіпчук Микола Петрович, доцент кафедри прикладної математики та інформаційних технологій, кандидат фізико-математичних наук, доцент

**Викладач, що забезпечує читання даної навчальної дисципліни:**

Філіпчук Микола Петрович, доцент кафедри прикладної математики та інформаційних технологій, кандидат фізико-математичних наук, доцент

**Погоджено з гарантом ОП \_\_\_\_\_ Андрій ПЕРЦОВ**

**Затверджено** на засіданні кафедри прикладної математики та інформаційних технологій

*Протокол № 13 від 24 червня 2025 року*

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ **Ярослав БІГУН**

**Схвалено** методичною радою факультету математики та інформатики

*Протокол № 12 від 25 червня 2025 року*

Голова методичної ради \_\_\_\_\_ **Віра СІКОРА**

**Затверджено** Вченою радою факультету математики та інформатики

*Протокол № 13 від 25 червня 2025 року*

Голова Вченої ради \_\_\_\_\_ **Ольга МАРТИНЮК**

## МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою дисципліни "Дискретна математика" є розгляд фундаментальних об'єктів, структур і моделей сучасного дискретного аналізу, а також підходів і методів розв'язування типових прикладних задач теорії множин, комбінаторного аналізу, теорії графів і теорії булевих функцій.

Завданнями вивчення дисципліни є:

- вивчення базових понять теорії множин, операцій над множинами, формул включення-виключення, декартового добутку множин, бінарних відношень, методів розв'язування відповідних типових задач;
- вивчення базових понять комбінаторики, комбінаторних вибірок з повтореннями та без повторень, формули бінома Ньютона та поліноміальної формули, методів розв'язування відповідних типових задач;
- вивчення базових понять теорії графів, матричного задання графів, ейлерових і гамільтонових ланцюгів та циклів у графах, дерева та лісу, мінімального остовного дерева, методів розв'язування відповідних типових прикладних задач;
- вивчення базових понять теорії булевих функцій, диз'юнктивних і кон'юнктивних нормальних форм, поліному Жегалкіна, мінімізації булевих функцій в класі ДНФ, методів розв'язування відповідних типових задач.

Знання, які студент отримає в результаті вивчення даної дисципліни, відіграватимуть важливу роль у процесі його професійного формування та зростання, а також вони є необхідною основою для вивчення деяких інших фахових дисциплін.

## ПРЕРЕКВІЗИТИ

Вивчення дисципліни передбачає виключно добре знання шкільного курсу елементарної математики.

## РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

В результаті вивчення дисципліни студент має набути таких **компетентностей**:

**знати:** відповідний теоретичний матеріал в межах програми курсу – формулювання означень, формулювання та обґрунтування теоретичних фактів (тверджень, лем, теорем, наслідків) і відповідних алгоритмів, їх ілюстрування конкретними прикладами;

**вміти:**

- розв'язувати типові задачі, пов'язані з базовими поняттями теорії множин, операціями над множинами, формулами включення-виключення, декартовим добутком множин, бінарними відношеннями;
- розв'язувати типові задачі, пов'язані з базовими поняттями комбінаторики, комбінаторними вибірками з повтореннями та без повторень, формулою бінома Ньютона та поліноміальною формулою;
- розв'язувати типові задачі, пов'язані з базовими поняттями теорії графів, матричним заданням графів, ейлеровими та гамільтоновими ланцюгами і циклами у графах, деревом і лісом, мінімальним остовним деревом;
- розв'язувати типові задачі, пов'язані з базовими поняттями теорії булевих функцій, диз'юнктивними та кон'юнктивними нормальними формами, поліномом Жегалкіна, мінімізацією булевих функцій в класі ДНФ.

Під час вивчення дисципліни, відповідно до освітньо-професійної програми, формуються наступні

**загальні компетентності:**

- ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- ЗК02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- ЗК04. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності;
- ЗК05. Здатність спілкуватися державною мовою усно і письмово;
- ЗК07. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел;
- ЗК11. Здатність генерувати нові ідеї (креативність);

**фахові компетентності:**

- ФК1. Здатність використовувати системний аналіз як сучасну міждисциплінарну методологію, що базується на прикладних математичних методах та сучасних інформаційних технологіях і орієнтована на вирішення задач аналізу і синтезу технічних, економічних, соціальних, екологічних та інших складних систем;
- ФК2. Здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів;
- ФК9. Здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з ясністю і точністю і в таких формах, які підходять для аудиторії як усно так і в письмовій формі;

та отримуються наступні **програмні результати навчання:**

- ПР1. Знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, аналітичну геометрію, лінійну алгебру та векторний аналіз, функціональний аналіз та дискретну математику в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань системного аналізу;

ПР2. Вміти використовувати стандартні схеми для розв'язання комбінаторних та логічних задач, що сформульовані природною мовою, застосовувати класичні алгоритми для перевірки властивостей та класифікації об'єктів, множин, відношень, графів, груп, кілець, решіток, булевих функцій тощо.

## ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### Загальна інформація

Форма навчання	Рік підготовки	Семестр	Кількість		Кількість годин						Вид підсумкового контролю
			кредитів	годин	лекції	практичні	семінарські	лабораторні	самостійна робота	індивідуальні завдання	
Денна	1	1	5	150	30	30	–	–	90	–	залік
Заочна	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–

### Структура змісту навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем навчальних занять	Кількість годин												
	денна форма							Заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі					
		л	п	лаб	інд	с.р.		л	п	лаб	інд	с.р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
<b>Змістовий модуль 1. Множини та відношення</b>													
Тема 1. Множини. Операції над множинами	10	2	2	–	–	6	–	–	–	–	–	–	–
Тема 2. Формули включення-виключення	10	2	2	–	–	6	–	–	–	–	–	–	–
Тема 3. Декартовий добуток множин. Бінарні відношення	10	2	2	–	–	6	–	–	–	–	–	–	–
Тема 4. Спеціальні бінарні	10	2	2	–	–	6	–	–	–	–	–	–	–

відношення													
Разом за змістовим модулем 1	40	8	8	–	–	24	–	–	–	–	–	–	–
<b>Змістовий модуль 2. Комбінаторика</b>													
Тема 1. Загальні правила комбінаторики	10	2	2	–	–	6	–	–	–	–	–	–	–
Тема 2. Вибірки без повторень	10	2	2	–	–	6	–	–	–	–	–	–	–
Тема 3. Вибірки з повтореннями	10	2	2	–	–	6	–	–	–	–	–	–	–
Тема 4. Формула бінома Ньютона. Поліноміальна формула	10	2	2	–	–	6	–	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 2	40	8	8	–	–	24	–	–	–	–	–	–	–
<b>Змістовий модуль 3. Графи</b>													
Тема 1. Основні поняття теорії графів. Матричне задання графів	10	2	2	–	–	6	–	–	–	–	–	–	–
Тема 2. Ейлерові і гамільтонові ланцюги та цикли	10	2	2	–	–	6	–	–	–	–	–	–	–
Тема 3. Дерево та ліс	10	2	2	–	–	6	–	–	–	–	–	–	–
Тема 4. Мінімальне остовне дерево	10	2	2	–	–	6	–	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 3	40	8	8	–	–	24	–	–	–	–	–	–	–
<b>Змістовий модуль 4. Булеві функції</b>													
Тема 1. Булеві функції та способи їх задання. Істотні та фіктивні змінні	10	2	2	–	–	6	–	–	–	–	–	–	–
Тема 2. Диз'юнктивні та кон'юнктивні	10	2	2	–	–	6	–	–	–	–	–	–	–

нормальні форми. Поліном Жегалкіна												
Тема 3. Мінімізація булевих функцій в класі ДНФ	10	2	2	–	–	6	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 4	30	6	6	–	–	18	–	–	–	–	–	–
<b>Усього годин</b>	150	30	30	–	–	90	–	–	–	–	–	–

### Тематика лекційних занять з переліком питань

№ з/п	Назва теми	Основні питання
<b>Змістовий модуль 1. Множини та відношення</b>		
1	Множини. Операції над множинами	Множини та способи їх задання. Підмножина і власна підмножина. Порожня та універсальна множини. Рівність множин. Діаграми Ейлера-Венна. Операції над множинами та їх властивості.
2	Формули включення-виключення	Потужність множини. Скінченні та нескінченні множини. Формули включення-виключення для двох, трьох та $n$ множин.
3	Декартовий добуток множин. Бінарні відношення	Декартовий добуток множин. Декартовий степінь множини. Бінарні відношення (БВ), способи їх задання. Доповнення БВ, обернене БВ. Добуток (композиція) БВ. Властивості БВ.
4	Спеціальні бінарні відношення	Відношення еквівалентності. Розбиття множини на систему класів еквівалентності. Відношення порядку. Відношення нестроного та строгого порядків. Відношення лінійного порядку.
<b>Змістовий модуль 2. Комбінаторика</b>		
1	Загальні правила комбінаторики	Загальні правила комбінаторики. Узагальнене правило суми та основний принцип комбінаторики. Вибірки. Класифікація вибірок.
2	Вибірки без повторень	Сполуки, розміщення та перестановки. Властивості сполук.
3	Вибірки з повтореннями	Сполуки з повтореннями, розміщення з повтореннями та перестановки з повтореннями. Комбінаторні тлумачення чисел $\bar{C}_n^k$ , $\bar{A}_n^k$ , $P_n(n_1, \dots, n_k)$ .
4	Формула бінома Ньютона. Поліноміальна формула	Формула бінома Ньютона (ФБН), трикутник Паскаля. Властивості розкладу бінома та біноміальних коефіцієнтів. Поліноміальна формула (ПФ) та її властивості. ФБН як частковий випадок ПФ.
<b>Змістовий модуль 3. Графи</b>		
1	Основні поняття теорії графів. Матричне задання графів	Означення графа, базові поняття теорії графів. Орграфи. Ізоморфізм графів. Повні, плоскі та навантажені графи. Матриці інцидентності та суміжності графа, їх властивості.

2	Ейлерові і гамільтонові ланцюги та цикли	Маршрути, ланцюги та цикли. Задача про кенігсберзькі мости, ейлерові ланцюги та цикли. Задача комівояжера, гамільтонові ланцюги та цикли.
3	Дерево та ліс	Дерево та ліс, їх властивості. Теорема Келі.
4	Мінімальне остовне дерево	Остовне дерево графа та його властивості. Мінімальне остовне дерево графа, його властивості й алгоритми побудови.
<b>Змістовий модуль 4. Булеві функції</b>		
1	Булеві функції та способи їх задання. Істотні та фіктивні змінні	Означення булевої функції. Табличне, векторне та аналітичне задання булевих функцій. Рівність булевих функцій, основні еквівалентності. Істотні та фіктивні змінні булевої функції. Вилучення фіктивних змінних.
2	Диз'юнктивні та кон'юнктивні нормальні форми. Поліном Жегалкіна	Первинний терм та його властивості. Теорема Шеннона. Диз'юнктивні нормальні форми (ДНФ), досконала ДНФ. Кон'юнктивні нормальні форми (КНФ), досконала КНФ. Поліном Жегалкіна та методи його побудови.
3	Мінімізація булевих функцій в класі ДНФ	Постановка задачі мінімізації. Побудова мінімальних ДНФ методом невизначених коефіцієнтів.

### Тематика семінарських занять з переліком питань

Семінарські заняття з даної навчальної дисципліни навчальним планом не передбачені.

### Тематика практичних занять з переліком питань

№ з/п	Назва теми	Основні питання
<b>Змістовий модуль 1. Множини та відношення</b>		
1	Множини. Операції над множинами	Розв'язування типових задач [5]
2	Формули включення-виключення	Розв'язування типових задач [5]
3	Декартовий добуток множин. Бінарні відношення	Розв'язування типових задач [5]
4	Спеціальні бінарні відношення	Розв'язування типових задач [5]
<b>Змістовий модуль 2. Комбінаторика</b>		
1	Загальні правила комбінаторики	Розв'язування типових задач [5]
2	Вибірки без повторень	Розв'язування типових задач [5]
3	Вибірки з повтореннями	Розв'язування типових задач [5]
4	Формула бінома Ньютона. Поліноміальна формула	Розв'язування типових задач [5]
<b>Змістовий модуль 3. Графи</b>		
1	Основні поняття теорії графів. Матричне задання графів	Розв'язування типових задач [5]
2	Ейлерові і гамільтонові ланцюги та цикли	Розв'язування типових задач [5]

3	Дерево та ліс	Розв'язування типових задач [5]
4	Мінімальне остовне дерево	Розв'язування типових задач [5]
<b>Змістовий модуль 4. Булеві функції</b>		
1	Булеві функції та способи їх задання. Істотні та фіктивні змінні	Розв'язування типових задач [5]
2	Диз'юнктивні та кон'юнктивні нормальні форми. Поліном Жегалкіна	Розв'язування типових задач [5]
3	Мінімізація булевих функцій в класі ДНФ	Розв'язування типових задач [5]

### Тематика лабораторних занять з переліком питань

Лабораторні заняття з даної навчальної дисципліни навчальним планом не передбачені.

### Індивідуальні науково-дослідні завдання (ІНДЗ)

ІНДЗ з даної навчальної дисципліни не передбачені.

### Завдання для самостійної роботи студентів

№ з/п	Назва теми	Завдання для самостійної роботи	К-сть годин
<b>Змістовий модуль 1. Множини та відношення</b>			
1	Множини. Операції над множинами	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (задачі 1.1.2, 1.1.3, 1.2.8-1.2.11 [5])	6
2	Формули включення-виключення	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (задачі 1.3.3-1.3.13 [5])	6
3	Декартовий добуток множин. Бінарні відношення	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (задачі 1.4.3-1.4.12, 1.5.1-1.5.7 [5])	6
4	Спеціальні бінарні відношення	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (задачі 1.6.4-1.6.13 [5])	6
<b>Змістовий модуль 2. Комбінаторика</b>			
1	Загальні правила комбінаторики	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (задачі 2.1.4-2.1.10 [5])	6
2	Вибірки без повторень	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (задачі 2.3.3-2.3.14, 2.4.3-2.4.8, 2.5.6-2.5.15 [5])	6
3	Вибірки з повтореннями	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (задачі 2.6.4-2.6.10, 2.7.5-2.7.10, 2.8.7-2.8.14 [5])	6

4	Формула бінома Ньютона. Поліноміальна формула	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (задачі 2.9.8-2.9.11, 2.10.2 [5])	6
<b>Змістовий модуль 3. Графи</b>			
1	Основні поняття теорії графів. Матричне задання графів	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (задачі 8.1.1, 8.1.2 [5])	6
2	Ейлерові і гамільтонові ланцюги та цикли	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (задачі 8.2.1 [5])	6
3	Дерево та ліс	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (задачі 8.3.2 [5])	6
4	Мінімальне остовне дерево	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (задачі 8.4.1 [5])	6
<b>Змістовий модуль 4. Булеві функції</b>			
1	Булеві функції та способи їх задання. Істотні та фіктивні змінні	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (задачі 4.3.5-4.3.9, 4.4.3, 4.4.4 [5])	6
2	Диз'юнктивні та кон'юнктивні нормальні форми. Поліном Жегалкіна	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (задачі 4.6.4-4.6.6, 4.7.2, 4.8.4, 4.8.5 [5])	6
3	Мінімізація булевих функцій в класі ДНФ	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (задачі 6.6.2 [5])	6

Самостійна робота студента полягає в опрацюванні лекційного матеріалу, більш детальному розгляді окремих питань курсу, виконанні домашніх завдань, підготовці до практичних, лекційних та контрольних занять.

Самостійна робота студента загалом складає 90 годин. Розподіл цих годин за видами робіт:

- опрацювання лекційного матеріалу, більш детальний розгляд окремих питань курсу – 30 годин;
- виконання домашніх завдань – 30 годин;
- підготовка до практичних і лекційних занять, контрольних занять і заліку – 30 годин.

Оцінювання самостійної роботи студента є складовою частиною оцінювання його модульних контрольних робіт.

## МЕТОДИ НАВЧАННЯ

Методи, що використовуються у освітньому процесі:

- методи формування професійної компетентності – пояснення, демонстрація, візуалізація;
- методи формування практичних умінь та навичок – розв’язування задач, виконання практичних завдань.

## СИСТЕМА КОНТРОЛЮ ТА ОЦІНЮВАННЯ

Методами та формами поточного контролю є:

- усні поточні опитування;
- перевірка виконання домашніх завдань і самостійної роботи;
- письмові модульні контрольні роботи.

Формою підсумкового контролю є письмовий залік.

## ПОЛІТИКА ОСВІТНЬОГО ПРОЦЕСУ

**Політика щодо відвідування.** Відвідування занять є обов’язковим. За наявності поважних причин (хвороба, індивідуальний графік навчання) навчання, за погодженням із викладачем, може відбуватись у змішаній (очно-дистанційній) формі. За необхідності, з метою з’ясування всіх незрозумілих під час самостійної роботи питань, потрібно відвідувати консультації викладача.

**Політика щодо академічної доброчесності.** Студент зобов’язаний самостійно, своєчасно та добросовісно виконувати усі отримані завдання, дотримуючись принципів академічної доброчесності. Під час проведення контрольних заходів заборонені використання сторонньої допомоги, навчальної літератури, конспектів, мобільних пристроїв, інших джерел інформації.

**Політика щодо дедлайнів та перескладання.** Якщо студент був відсутній на заняттях (з будь-якої причини), він повинен самостійно опрацювати пропущений матеріал та прозвітувати викладачу про виконання відповідних завдань у встановлені ним терміни під час консультацій. Якщо студент з поважної причини пропустив модульну контрольну роботу, він може з дозволу викладача виконати її під час консультації. Відсутність студента на контрольній роботі без поважної причини відповідає оцінці «0 балів», тобто призводить до заборгованості, яка повинна бути ліквідована студентом до початку підсумкового контролю з наступного модуля. Кінцевий термін ліквідації заборгованості з модульного контролю обмежується початком заліково-екзаменаційної сесії. Завдання, які здаються невчасно без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку (від -10% до -50% від максимальної кількості балів – залежно від терміну затримки здачі). Перескладання модульних контрольних робіт не дозволяється. Складання (перескладання) заліку відбувається за встановленим деканатом розкладом.

## КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ПОТОЧНОГО ТА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ

Оцінювання знань студентів здійснюється на основі результатів поточного та підсумкового контролю. Об'єктом оцінювання є програмний матеріал дисципліни, засвоєння якого і перевіряється даними видами контролю.

Поточний контроль здійснюється під час проведення практичних занять і за допомогою написання модульних контрольних робіт. Завданнями поточного контролю є перевірка рівня розуміння та засвоєння лекційного матеріалу, набуття практичних навичок розв'язування конкретних задач.

Завданням підсумкового контролю (заліку) є перевірка розуміння студентом програмного матеріалу в цілому, здатності успішно розв'язувати поставлені практичні задачі та комплексно використовувати отримані знання.

Оцінювання знань здійснюється за 100-бальною шкалою. Результати роботи впродовж навчального семестру оцінюються в ході поточного контролю в діапазоні загалом від 0 до 60 балів, а результати підсумкового контролю (заліку) оцінюються від 0 до 40 балів.

### Розподіл балів з навчальної дисципліни

Поточний контроль														Залік	Сума	
Змістовий модуль 1				Змістовий модуль 2				Змістовий модуль 3				Змістовий модуль 4			40	100
T1	T2	T3	T4	T1	T2	T3	T4	T1	T2	T3	T4	T1	T2	T3		
4	4	3	4	4	4	4	3	4	4	3	4	5	5	5		

Впродовж семестру студенти виконують 4 контрольні роботи (по 15 балів кожна) за змістовими модулями дисципліни, причому у кожній роботі 5 балів відведено на оцінювання самостійної роботи.

Білет заліку (40 балів) складається з одного теоретичного питання на 10 балів та 3 задач по 10 балів. За суттєві помилки в формулюванні понять, означень і фактів, а також в обґрунтуванні та поясненні результатів, у відповіді на теоретичне питання білету знімається 5-7 балів. За несуттєві помилки в формулюванні понять, означень і фактів, а також в обґрунтуванні та поясненні результатів, знімається 1-4 бали. Часткова відповідь на теоретичне питання, в якій немає повного розуміння понять, означень і фактів, відсутні обґрунтування та пояснення, оцінюється не вище 3 балів. За суттєві помилки в розв'язуванні задачі знімається 5-7 балів. За несуттєві помилки в розв'язуванні задачі знімається 1-4 бали. Часткове розв'язання задачі із грубими помилками, що не привело до отримання розв'язку, оцінюється не вище 3 балів.

Загальна підсумкова оцінка з навчальної дисципліни виставляється за загальною сумою балів, набраних студентом, згідно з наступною таблицею:

## Шкала оцінювання: національна та ЄКТС

Оцінка за національною шкалою	Оцінка за шкалою ЄКТС	
	Оцінка (бали)	Пояснення за розширеною шкалою
Зараховано	A (90-100)	відмінно
	B (80-89)	дуже добре
	C (70-79)	добре
	D (60-69)	задовільно
	E (50-59)	достатньо
Не зараховано	FX (35-49)	(не зараховано) з можливістю повторного складання
	F (0-34)	(не зараховано) з обов'язковим самостійним опрацюванням освітнього компонента до перескладання

## ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ТА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ СТУДЕНТІВ

### Теоретичні питання

1. Інтуїтивне поняття множини. Способи задання множини. Означення підмножини і власної підмножини. Порожня та універсальна множини. Рівність множин. Діаграми Ейлера-Венна. Приклади.
2. Операції над множинами та їх властивості. Приклади.
3. Потужність множини. Скінченні та нескінченні множини. Формули включення-виключення для двох, трьох та  $n$  множин. Приклади.
4. Декартовий добуток двох та  $n$  множин. Декартовий степінь множини. Приклади.
5. Бінарне відношення між елементами двох множин та на множині. Порожнє, універсальне та діагональне бінарні відношення. Способи задання бінарного відношення (явний спосіб, неявний спосіб, матричний спосіб, діаграма Хассе). Приклади.
6. Область визначення та область значень бінарного відношення. Доповнення бінарного відношення. Обернене бінарне відношення. Добуток (композиція) бінарних відношень. Приклади.
7. Рефлексивне, антирефлексивне, симетричне, антисиметричне, транзитивне бінарні відношення. Приклади.
8. Бінарне відношення еквівалентності. Клас еквівалентності елемента. Розбиття множини на систему класів еквівалентності. Бінарне відношення порядку. Бінарне

відношення нестроного порядку. Бінарне відношення строгого порядку. Бінарне відношення лінійного порядку. Приклади.

9. Загальні правила комбінаторики. Узагальнене правило суми та основний принцип комбінаторики. Приклади.
10. Вибірки. Класифікація вибірок. Приклади.
11. Сполуки. Теорема про кількість всеможливих сполук. Властивості сполук. Приклади.
12. Розміщення. Теорема про кількість всеможливих розміщень. Приклади.
13. Перестановки. Теорема про кількість всеможливих перестановок. Приклади.
14. Сполуки з повтореннями. Теорема про кількість всеможливих сполук з повтореннями. Комбінаторні тлумачення числа  $\overline{C}_n^k$ . Приклади.
15. Розміщення з повтореннями. Теорема про кількість всеможливих розміщень з повтореннями. Комбінаторне тлумачення числа  $\overline{A}_n^k$ . Приклади.
16. Перестановки з повтореннями. Теорема про кількість всеможливих перестановок з повтореннями. Комбінаторне тлумачення числа  $P_n(n_1, \dots, n_k)$ . Приклади.
17. Формула бінома Ньютона. Трикутник Паскаля. Властивості розкладу бінома та біноміальних коефіцієнтів. Кількість всеможливих підмножин скінченної множини. Приклади.
18. Поліноміальна формула та її властивості. Формула бінома Ньютона як частковий випадок поліноміальної формули. Приклади.
19. Означення графа (неорієнтованого графа). Інцидентність вершин і ребер, суміжність вершин. Кратні ребра та петлі. Ізольовані вершини. Порожній граф, мультиграф. Скінченні та нескінченні графи. Приклади.
20. Орієнтоване ребро. Означення орієнтованого графа (орграфа). Канонічна відповідність між неорієнтованим і орієнтованим графом. Ізоморфізм графів. Повні, плоскі та навантажені графи. Приклади.
21. Частина графа, підграф, суграф, покриваючий суграф. Підрозбиття графів, гомеоморфізм графів. Локальні степені вершин графа. Приклади.
22. Матриця інцидентності для неорієнтованого та орієнтованого графів, її властивості. Приклади.
23. Матриця суміжності для неорієнтованого та орієнтованого графів, її властивості. Приклади.
24. Маршрут і його довжина, ланцюг, простий ланцюг, цикл та простий цикл у графі. Зв'язні графи та зв'язні компоненти графа. Приклади.
25. Задача про кенігсберзькі мости, її формулювання в термінах графа. Ейлерові ланцюги, цикли та графи. Теорема Ейлера та наслідки з неї. Приклади.
26. Ейлеровість орієнтованого графа. Існування ейлерового ланцюга в неорієнтованому графі, наслідок. Існування ейлерового ланцюга в орієнтованому графі. Приклади.
27. Задача комівояжера. Гамільтонові ланцюги, цикли та графи. Достатні умови існування гамільтонового циклу в графі. Приклади.
28. Операція вилучення ребра. Міст, ознаки моста. Дерево та ліс. Теореми про зв'язність дерева, властивість ребер, співвідношення між кількістю вершин та ребер. Теорема Келі. Приклади.
29. Остовне дерево графа, його властивості. Мінімальне остовне дерево графа, його властивості. Задачі, що приводять до пошуку мінімального остовного дерева графа. Приклади.
30. Алгоритми Пріма та Крускала побудови мінімального остовного дерева графа. Приклади.
31. Означення булевої змінної, двійкового набору та булевої функції. Теореми про кількість всеможливих двійкових наборів, зв'язок двійкових наборів з десятковими числами, кількість всеможливих булевих функцій від  $n$  змінних. Табличне та векторне задання булевих функцій. Приклади.

32. Елементарні булеві функції однієї та двох змінних. Означення формули. Реалізація булевих функцій формулами. Правила запису формул. Еквівалентність формул. Приклади.
33. Означення рівності двох булевих функцій. Основні еквівалентності.
34. Означення сусідніх двійкових наборів, істотної та фіктивної змінної булевої функції. Вилучення фіктивних змінних. Означення рівності булевих функцій в термінах істотних та фіктивних змінних. Твердження про знаходження фіктивних змінних шляхом еквівалентних перетворень. Приклади.
35. Означення первинного терма. Леми про первинний терм. Теорема Шеннона (про розклад булевої функції за частиною змінних). Приклад.
36. Означення елементарної кон'юнкції (ЕК) та диз'юнктивної нормальної форми (ДНФ). Ранг ЕК. Досконала ДНФ (ДДНФ). Теорема про зображення булевої функції у вигляді ДДНФ. Алгоритм побудови ДДНФ. Означення конституенти 1. Приклади.
37. Означення елементарної диз'юнкції (ЕД) та кон'юнктивної нормальної форми (КНФ). Ранг ЕД. Досконала КНФ (ДКНФ). Теорема про зображення булевої функції у вигляді ДКНФ. Алгоритм побудови ДКНФ. Означення конституенти 0. Приклади.
38. Означення поліному Жегалкіна. Явний вигляд поліному Жегалкіна від однієї, двох та трьох змінних. Теорема про існування та єдиність поліному Жегалкіна. Побудова поліному Жегалкіна методом невизначених коефіцієнтів, методом двійкового трикутника та методом еквівалентних перетворень. Приклади.
39. Теорема про кількість всеможливих ДНФ від  $n$  змінних. Індекс простоти (складність) ДНФ. Означення мінімальної ДНФ. Постановка задачі мінімізації.
40. Побудова мінімальних ДНФ методом невизначених коефіцієнтів. Приклад.

### Типові задачі, які треба вміти розв'язувати

1. Задано підмножини  $A, B, C$  множини арабських цифр  $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$ . Знайти множини  $D = (\overline{C \setminus B}) \cap A$ ,  $E = A \Delta (B \cup C)$ .  
 $A = \{1, 2, 5, 6, 9\}$ ,  $B = \{1, 2, 4, 5, 6\}$ ,  $C = \{0, 2, 5, 7, 9\}$ .
2. Графічним методом перевірити, чи має місце рівність:  
 $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus (A \setminus C)$ .
3. Методом еквівалентних перетворень довести рівність:
  - а)  $(A \setminus B) \setminus (\overline{A} \setminus B) = A \setminus B$ .
  - б)  $(A \cap B) \Delta (B \setminus A) = B$ .
4. Скільки натуральних чисел із першої сотні  $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$  не діляться на жодне із чисел 2, 3, 5?
5. Серед абітурієнтів, які склали вступні іспити до вузу, оцінку "5" отримали: з математики – 48, з фізики – 37, з української мови – 42, з математики або фізики – 75, з математики або української мови – 76, з фізики або української мови – 66, з усіх трьох предметів – 4. Скільки абітурієнтів отримали хоча б одну п'ятірку? Скільки з них отримали рівно одну п'ятірку? А рівно дві п'ятірки?
6. Задано бінарне відношення  $R$  між елементами множин  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  і  $B = \{2, 9, 11, 17, 18, 19, 20\}$ . Задати його переліком відповідних пар, побудувати матрицю відношення та діаграму Хассе.  

$$R = \{(x, y) : x \in A, y \in B, y : x\}$$
7. Для заданого бінарного відношення  $R$  знайти область визначення  $D_R$ , область значень  $E_R$ , обернене відношення  $R^{-1}$  та доповнення  $\overline{R}$ .
  - а)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $R = \{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4), (4, 3), (4, 4), (1, 4)\}$ ;
  - б)  $R = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{N}, x + y \leq 10\}$ .

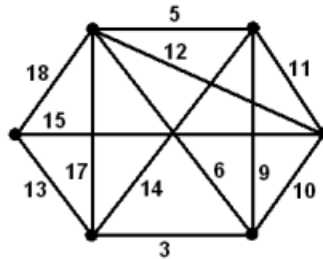
8. Задано бінарні відношення  $R_1 = \{(1,3), (3,5), (4,2)\}$  і  $R_2 = \{(1,1), (2,4), (3,5), (5,5)\}$ . Знайти відношення  $R_1 \cup R_2$ ,  $R_1 \cap R_2$ ,  $R_1 \setminus R_2$ ,  $R_2 \setminus R_1$ ,  $R_1 \Delta R_2$ ,  $R_1^{-1}$ ,  $R_2^{-1}$ ,  $R_1 \circ R_2$ ,  $R_2 \circ R_1$ ,  $R_1^{-1} \circ R_2$ ,  $R_1 \circ R_2^{-1}$ ,  $R_1^{-1} \circ R_2^{-1}$ .
9. Дослідити бінарне відношення  $R = \{(1,1), (1,4), (2,3), (3,3), (4,1), (4,2)\}$  на множині  $A = \{1,2,3,4\}$  на наявність кожної із можливих властивостей (рефлексивність, антирефлексивність, симетричність, антисиметричність, транзитивність).
10. Довести, що на множині  $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$  бінарне відношення  $R = \{(a,b) : a, b \in A, a \text{ і } b \text{ – мають однакову кількість натуральних дільників}\}$  є відношенням еквівалентності. Знайти класи еквівалентності елементів і розбиття множини  $A$  на систему класів.
11. Довести, що на множині  $A = \{1,2,3,4\}$  бінарне відношення  $R = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,3), (2,4), (3,3), (4,3), (4,4)\}$  є відношенням нестроного порядку. Вказати цей порядок.
12. Скільки цілих невід'ємних чотиризначних чисел, у яких всі цифри різні і серед них обов'язково присутня цифра 3, можна скласти з цифр 0-5? Ця ж сама задача, але без вимоги, що цифри у числі мають бути різними?
13. Обчислити значення виразу:  $\overline{A}_2^3 - P_5(1,2,2) + \overline{C}_3^4 + A_4^2 - C_4^3$ .
14. Скількома способами із неповної колоди (36 карт) можна витягнути 5 карт так, щоб серед них були король, дама і валет однієї масті?
15. Із групи, що містить 7 чоловіків і 4 жінки, треба вибрати 6 осіб так, щоб серед них було не менше 2 жінок. Скількома способами це можна зробити?
16. Скільки різних дільників має число 2310?
17. Скількома способами можна впорядкувати множину  $\{1,2,3,4,5\}$  так, щоб усі парні цифри стояли поряд? А впорядкувати так, щоб усі непарні цифри стояли поряд?
18. Скільки цілих невід'ємних семизначних чисел, у яких всі цифри різні і всі парні цифри не стоять одночасно поруч, можна скласти з цифр 1-7?
19. Скільки цілих невід'ємних шестизначних чисел, у яких всі цифри різні і серед них обов'язково присутні 1, 3, 7, можна скласти з цифр 1-9? А з цифр 0-9?
20. Скільки цілих невід'ємних чисел, менших за мільйон, можна скласти з цифр 7, 8, 9? А з цифр 7, 8, 9, 0?
21. Скільки різних неправильних дробів (у яких чисельник  $\geq$  знаменника) можна скласти з чисел 3, 5, 7, 8, 11, 13, 17?
22. Скільки різних «слів» можна отримати, переставляючи букви в слові «алкоголік»?
23. Скільки різних «слів», у яких друга, п'ята і восьма букви – голосні, можна отримати, переставляючи букви в слові «арккосинус»?
24. Скількома способами 6 різних апельсинів можна роздати 3 студентам? А роздати так, щоб кожен студент отримав 2 апельсини?
25. Скількома способами 6 однакових апельсинів можна роздати 3 студентам? А роздати так, щоб кожен студент отримав 2 апельсини?
26. Розв'язати рівняння:
- $$30 C_{x-3}^6 = 19 A_{x-4}^4.$$
27. Граф задається матрицею інцидентності. Зобразити граф. Дослідити наявність у графі кратних ребер, петель та ізольованих вершин. З'ясувати, чи існує у ньому ейлеровий цикл або ейлеровий ланцюг (якщо існує, вказати його). Побудувати матрицю суміжності графа.

$$\begin{array}{l}
 \text{а)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \text{б)} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

28. Граф задається матрицею суміжності. Зобразити граф. Дослідити наявність у графі кратних ребер, петель та ізольованих вершин. З'ясувати, чи існує у ньому ейлеровий цикл або ейлеровий ланцюг (якщо існує, вказати його). Визначити локальні степені вершин графа. Побудувати матрицю інцидентності графа.

$$\begin{array}{l}
 \text{а)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \text{б)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
 \text{в)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

29. Побудувати мінімальне остовне дерево заданого графа за допомогою алгоритмів Пріма і Крускала та знайти його вагу.



30. Побудувати таблицю істинності булевої функції, що реалізується наступною формулою:

$$f = (\bar{x}_2 \sim x_1) / (\bar{x}_1 \oplus x_3).$$

31. З'ясувати, чи є правильним співвідношення:

$$x \rightarrow (y \downarrow z) = (x \rightarrow y) \downarrow (x \rightarrow z).$$

32. Вказати істотні та фіктивні змінні заданої булевої функції. Вилучити фіктивні змінні.

$$f(\tilde{x}^3) = (11001111).$$

33. Еквівалентними перетвореннями визначити фіктивні змінні булевої функції:

$$f(\tilde{x}^3) = ((x_1 \vee x_2)(x_1 \vee \bar{x}_3) \rightarrow (\bar{x}_1 \rightarrow x_2 \bar{x}_3))x_2.$$

34. Еквівалентними перетвореннями звести до ДНФ формулу:

$$f(\tilde{x}^4) = \overline{(x_1 \oplus x_3)} \sim (\bar{x}_4 \rightarrow x_2).$$

35. Еквівалентними перетвореннями перейти від заданої ДНФ до ДДНФ:

$$D(\tilde{x}^3) = x_2 \vee x_1 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 x_3.$$

36. Зобразити булеву функцію у вигляді ДДНФ:

$$f(\tilde{x}^3) = (10011001).$$

37. Зобразити булеву функцію у вигляді ДКНФ:

$$f(\tilde{x}^3) = (10011001).$$

38. Методом невизначених коефіцієнтів або методом двійкового трикутника побудувати поліном Жегалкіна для булевої функції:

$$f(\tilde{x}^3) = (10011001).$$

39. Еквівалентними перетвореннями побудувати поліном Жегалкіна для булевої функції:

$$f(\tilde{x}^3) = (\bar{x}_2 \sim x_3) \downarrow (\bar{x}_1 \rightarrow \bar{x}_3).$$

40. Методом невизначених коефіцієнтів побудувати мінімальну ДНФ булевої функції:

$$f(\tilde{x}^3) = (10100111).$$

## РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

### Основна

1. Нікольський Ю.В., Пасічник В.В., Щербина Ю.М. Дискретна математика. Підручник. – Львів: ПП "Магнолія 2006 "; ЛНУ ім. Івана Франка, 2023. – 432 с.
2. Борисенко О.А. Дискретна математика. Підручник. – Суми: Університетська книга, 2023. – 255 с.
3. Матвієнко М.П. Дискретна математика. Підручник. – К.: Видавництво "Ліра-К", 2019. – 324 с.
4. Журавчак Л.М. Дискретна математика для програмістів. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2019. – 420 с.
5. Філіпчук М.П. Практикум з дискретної математики: навчальний посібник. – Чернівці: ЧНУ, 2024. – 228 с.  
<https://archer.chnu.edu.ua/xmlui/handle/123456789/10265>
6. Дискретна математика. Методичні вказівки до вивчення дисципліни. Частина I / Укл.: Філіпчук М.П. – Чернівці, 2020. – 60 с.
7. Дискретна математика. Методичні вказівки до вивчення дисципліни. Частина II / Укл.: Філіпчук М.П. – Чернівці, 2020. – 72 с.

### Додаткова (допоміжна)

8. Кривий С.Л. Дискретна математика. Підручник. – Чернівці-Київ: Видавничий дім "Букрек", 2020. – 568 с.
9. Кривий С.Л. Збірник задач з дискретної математики. – Чернівці-Київ: Видавничий дім "Букрек", 2018. – 456 с.
10. Базилевич Л.Є. Дискретна математика у прикладах і задачах. Підручник. – Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2013. – 487 с.
11. Висоцька В.А., Литвин В.В., Лозинська О.В. Дискретна математика. Практикум. – Львів: Видавництво "Новий Світ - 2000", 2020. – 575 с.
12. Манзій О.С., Тесак І.Є., Кавалець І.І., Чарковська Н.В. Дискретна математика. Практикум. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2016. – 212 с.
13. Бардачов Ю.М., Соколова Н.А., Ходаков В.Є. Дискретна математика. Підручник. – Київ: Вища школа, 2007. – 382 с.

14. Бондаренко М.Ф., Білоус Н.В., Руткас А.Г. Комп'ютерна дискретна математика. Підручник. – Харків: "Компанія СМІТ", 2004. – 480 с.

## ІНФОРМАЦІЙНІ РЕСУРСИ

1. Електронний курс в системі Moodle:  
<https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=7592>.
2. Електронний курс в системі Google Classroom:  
<https://classroom.google.com/c/NjIxMTgyOTc2OTk1>.

## ПОЛІТИКА АКАДЕМІЧНОЇ ДОБРОЧЕСНОСТІ

Дотримання політики щодо академічної доброчесності учасниками освітнього процесу при вивченні навчальної дисципліни регламентовано такими документами:

- «Етичний кодекс Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича» ( <https://tinyurl.com/EKChNU> );
- «Положення про виявлення та запобігання академічному плагіату у Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича» ( <https://tinyurl.com/PolPlagChNU> ).