

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
(повне найменування вищого навчального закладу)

Факультет математики та інформатики

(назва інституту / факультету)

Кафедра диференціальних рівнянь

(назва кафедри)



“ЗАТВЕРДЖУЮ”

**Декан факультету
математики та інформатики**

Ольга МАРТИНЮК

25 06 2025 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА
навчальної дисципліни**

Диференціальні рівняння

(назва навчальної дисципліни)

обов'язкова

Освітньо-професійна програма Системний аналіз

(назва програми)

Спеціальність 124 – Системний аналіз

(вказати: код, назва)

Галузь знань 12 – Інформаційні технології

(вказати: шифр, назва)

Рівень вищої освіти перший (бакалаврський)

(вказати: перший бакалаврський/другий магістерський)

факультет математики та інформатики

(назва факультету/інституту, на якому здійснюється підготовка фахівців за вказаною освітньо-професійною програмою)

Мова навчання українська

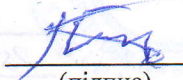
(вказати: на якій мові читається дисципліна)

Чернівці 2025 рік

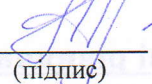
Робоча програма навчальної дисципліни "Диференціальні рівняння" складена відповідно до освітньо-професійної програми "Системний аналіз".

Розробники: Літовченко В.А., професор, доктор фізико-математичних наук,
Лучко В.М. доцент, кандидат фізико-математичних наук

Викладач, що забезпечує читання даної навчальної дисципліни:
Літовченко В.А., професор, доктор фізико-математичних наук

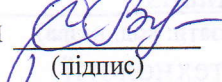
Погоджено з гарантом ОП  Андрій ПЕРЦОВ
(підпис)

Затверджено на засіданні кафедри диференціальних рівнянь
Протокол № 17 від 24 червня 2025 року.

Завідувач кафедри  Владислав ЛІТОВЧЕНКО
(підпис)

Схвалено методичною радою факультету математики та інформатики.

Протокол № 12 від 25 червня 2025 року.

Голова методичної ради  Віра СІКОРА
(підпис)

Мета навчальної дисципліни

Навчальна дисципліна «Диференціальні рівняння» є однією з фундаментальних математичних дисциплін і формує важливі навички практичної та наукової діяльності бакалавра спеціальності «середня освіта (математика)». Знання, набуті студентами з цієї дисципліни, будуть потрібні їм у курсах числових методів, теоретичної фізики, методів математичної фізики, багатьох дисциплінах спеціалізації, а також для моделювання різноманітних явищ і процесів. Вивчення дисципліни ґрунтується на курсах математичного аналізу, лінійної алгебри та геометрії.

Формування теоретичної бази з теорії звичайних диференціальних рівнянь та їх систем, вивчення умов існування та єдиності розв'язку, засвоєння методів розв'язування тих рівнянь і систем, що розв'язуються в квадратурах; вироблення практичних навичок розв'язування основних типів інтегровних у квадратурах звичайних диференціальних рівнянь і систем, а також розв'язування початкових та крайових задач для таких рівнянь; ознайомлення з методами моделювання різних явищ і процесів за допомогою звичайних диференціальних рівнянь та систем таких рівнянь.

Пререквізити

Перед вивченням дисципліни здобувач вищої освіти має вивчити такі дисципліни: математичний аналіз, лінійна алгебра та аналітична геометрія.

Результати навчання

У результаті вивчення навчальної дисципліни студенти мають розвинути наступні **компетентності** у відповідності до стандарту вищої освіти та освітньої програми:

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу

ЗК04. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності

ФК1. Здатність використовувати системний аналіз як сучасну міждисциплінарну методологію, що базується на прикладних математичних методах та сучасних інформаційних технологіях і орієнтована на вирішення задач аналізу і синтезу технічних, економічних, соціальних, екологічних та інших складних систем.

ФК3. Здатність будувати математично коректні моделі статичних та динамічних процесів і систем із зосередженими та розподіленими параметрами із врахуванням невизначеності зовнішніх та внутрішніх факторів.

ФК9. Здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з ясністю і точністю і в таких формах, які підходять для аудиторії як усно так і в письмовій формі.

Студент повинен **знати** формулювання основних означень, понять, теорем, та їх доведення в межах для рівнянь першого та вищих порядків, систем

диференціальних, основні методи диференціальних рівнянь та рівнянь першого порядку з частинними похідними.

Студент повинен **вміти** застосовувати теоретичний матеріал до розв'язання задач і прикладів, досліджувати на стійкість розв'язки рівнянь та систем, які пропонуються як у даному курсі, так і в процесі подальшого навчання.

Наведені результати навчання за відповідною дисципліною співвідносяться із такими **програмними результатами навчання**:

ПР1. Знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, аналітичну геометрію, лінійну алгебру та векторний аналіз, функціональний аналіз та дискретну математику в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань системного аналізу.

ПР4. Знати та вміти застосовувати базові методи якісного аналізу та інтегрування звичайних диференціальних рівнянь і систем, диференціальних рівнянь в частинних похідних, в тому числі рівнянь математичної фізики.

Опис навчальної дисципліни

Загальна інформація

Форма навчання	Рік підготовки	Семестр	Кількість		Кількість годин						Вид підсумкового контролю
			кредитів	годин	лекції	практичні	семінарські	лабораторні	самостійна робота	індивідуальні завдання	
Денна	2	3 4	7	210	60	60	–	–	90	–	залік екзамен
Заочна											

Структурний зміст навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин												
	денна форма						Заочна форма						
	усього	у тому числі					усього	у тому числі					
л		п	лаб	інд	с.р.	л		п	лаб	інд	с.р.		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
Модуль 1. Рівняння 1-го порядку													
Тема 1. Вступ. Постановка основних задач.	11	2	2			7	11	1					10
Тема 2. Інтегровані типи рівняння першого порядку.	25	8	8			9	25	3	3				19

Тема 3. Теорема існування і єдиності.	11	2	2			7	11	1	1			9
Тема 4. Рівняння нерозв'язні відносно похідної.	14	4	4			6	14	2	2			10
Модуль 2. Рівняння вищих порядків. Лінійні рівняння зі сталими коефіцієнтами												
Тема 5. Диференціальні рівняння вищих порядків, інтегровані типи.	19	4	4			11	19	2	1			16
Тема 6. Теорія лінійних рівнянь n-го порядку.	28	10	10			8	28	1	1			26
Модуль 3. Лінійні рівняння 2-го порядку. Системи лінійних рівнянь.												
Тема 7. Лінійні рівняння другого порядку.	22	7	7			8	22	2	2			18
Тема 8. Системи диференціальних рівнянь.	24	8	8			8	24	3	2			19
Модуль 4. Основні властивості розв'язків диференціальних рівнянь. Диференціальні рівняння з частинними похідними.												
Тема 9. Основні властивості розв'язків системи диференціальних рівнянь.	18	5	5			8	18	2	2			14
Тема 10. Диференціальні рівняння з частинними похідними.	38	10	10			18	38	3	2			33
Усього годин	210	60	60			90	210	20	16			174

Тематика лекційних занять з переліком питань

№	Назва теми з основними питаннями
1	<p><i>Тема 1.</i> Вступ. Постановка основних задач.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Поняття диференціального рівняння та його класифікація (за порядком, лінійністю, типом). 2. Основні задачі теорії диференціальних рівнянь: початкова та крайова. 3. Приклади практичного застосування диференціальних рівнянь.
2	<p><i>Тема 2.</i> Інтегровані типи рівняння першого порядку.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Рівняння з відокремлюваними змінними. 2. Однорідні та лінійні рівняння першого порядку. 3. Рівняння у повних диференціалах та метод інтегруючого множника.

3	<p><i>Тема 3. Теорема існування і єдиності.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Формулювання теореми про існування та єдиність розв'язку. 2. Умови застосування теореми. 3. Наслідки теореми для практичних задач.
4	<p><i>Тема 4. Рівняння нерозв'язні відносно похідної.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Поняття рівнянь, які не можна розв'язати відносно похідної. 2. Метод параметризації та інтегрування через параметр. 3. Приклади рівнянь і їх розв'язання.
5	<p><i>Тема 5. Диференціальні рівняння вищих порядків, інтегровані типи.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Визначення та класифікація рівнянь n-го порядку. 2. Інтегровані типи: рівняння, інтегровані за зниженням порядку. 3. Розв'язування рівнянь, які допускають пониження порядку.
6	<p><i>Тема 6. Теорія лінійних рівнянь n-го порядку.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Лінійні рівняння з постійними та змінними коефіцієнтами. 2. Принцип суперпозиції розв'язків. 3. Загальний розв'язок та частинний розв'язок.
7	<p><i>Тема 7. Лінійні рівняння другого порядку.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Класичне однорідне лінійне рівняння другого порядку. 2. Методи розв'язування: характеристичне рівняння, варіація параметрів. 3. Нерівності та приклади .
8	<p><i>Тема 8. Системи диференціальних рівнянь.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Поняття системи диференціальних рівнянь та класифікація. 2. Матриці та вектори у записі систем. 3. Методи розв'язування: заміна змінних, метод власних значень.
9	<p><i>Тема 9. Основні властивості розв'язків системи диференціальних рівнянь.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Лінійна незалежність та фундаментальна система розв'язків. 2. Теорема Крамера для систем з постійними коефіцієнтами. 3. Стійкість та поведінка розв'язків у часі.
10	<p><i>Тема 10. Диференціальні рівняння з частинними похідними.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Поняття та класифікація рівнянь з частинними похідними (еліптичні, параболічні, гіперболічні). 2. Методи розв'язування: розділення змінних, інтегрувальні перетворення. 3. Приклади застосування

Матеріали до кожної лекції наведено на сайті електронного навчання.

Теми практичних занять

№	Назва теми
1	Задачі, що приводять до звичайних диференціальних рівнянь.
2	Рівняння з відокремлюваними змінними
3	Однорідні рівняння
4	Лінійні рівняння та звідні до них
5	Рівняння Бернуллі та Ріккати
6	Рівняння в повних диференціалах
7	Інтегрувальний множник
8	Рівняння першого порядку, не розв'язані відносно похідної. Метод введення параметра
9	Рівняння Лагранжа і Клеро
10	Диференціальні рівняння вищого порядку. Інтегровані типи рівнянь, що допускають зниження порядку
11	Формула Остроградського-Ліувілля
12	Метод варіації для лінійних неоднорідних рівнянь
13	Лінійні рівняння n-го порядку зі сталими коефіцієнтами
14	Неоднорідні рівняння з квазіполіномом
15	Рівняння Ейлера
16	Крайові задачі
17	Задача Штурма-Ліувілля
18	Функція Гріна
19	Метод Ейлера для лінійних однорідних систем зі сталими коефіцієнтами.
20	Перший та другий методи Ляпунова
21	Лінійні та квазілінійні рівняння з частинними похідними

Завдання для самостійної роботи студентів

Самостійна робота складається з повторення матеріалу, засвоєного на лекціях, самостійного опанування частини теоретичного матеріалу, роботи з контрольними запитаннями та завданнями, виконання домашніх завдань, підготовки до занять.

№	Назва теми	Завдання для самостійної роботи	К-сть год.
1	Теми 1-10	підготовка до лекційних занять	30
2	Теми 1-10	підготовка до практичних занять	40
3	Теми 1-10	підготовка до підсумкового модуль-контролю	20

Методи навчання

Навчання проводиться у формі лекцій, практичних занять, тестування, аудиторного та онлайн-навчання з використанням систем Moodle та Google Meet.

Методи навчання:

- вербальні методи (лекція, бесіда, диспут, пояснення, розповідь тощо);
- практичні методи (практичні завдання, дослідні роботи);
- інноваційні та інтерактивні методи (проблемно-пошуковий, дослідницький, дискусія, мозковий штурм)
- наочні методи (демонстрація, ілюстрація);
- робота з інформаційними ресурсами: з навчально-методичною, науковою, нормативною літературою та інтернет-ресурсами;
- самостійна робота над індивідуальним завданням або за програмою навчальної дисципліни;
- навчання з використанням відповідних онлайн-платформ.

Система контролю та оцінювання

Критерієм підсумкового оцінювання є досягнення студентом мінімальних порогових рівнів оцінок (балів) за кожним передбаченим результатом навчання.

Мінімальний пороговий рівень оцінки визначається за допомогою якісних критеріїв і трансформується у мінімальну позитивну оцінку використовуваної числової (рейтингової) шкали.

Система оцінювання рівня навчальних досягнень ґрунтується на принципах ECTS та є накопичувальною.

Підсумкова оцінка виставляється за результатами суми балів, набраних на змістових модулях під час семестру та підсумковому модулі згідно з нижче наведеною таблицею.

Засобами оцінювання та демонстрування результатів навчання є:

- поточне опитування теоретичного матеріалу;
- поточне оцінювання вмінь розв'язувати задачі;
- перевірка виконання практичних робіт;
- контрольні роботи;
- стандартизовані тести.

Формами поточного контролю є усна чи письмова (тестування, контрольна робота) відповідь студента.

Формою підсумкового контролю є залік (3 семестр) та екзамен (4 семестр).

Критерії оцінювання поточного та підсумкового контролю

Кожного модуля проводиться модульна контрольна та тестування.

Теоретичне тестування спрямоване на перевірку знання основних понять і теорем з курсу «Диференціальні рівняння».

Оцінювання здійснюється за такими критеріями:

- **90–100% правильних відповідей – 9–10 балів**
(глибоке розуміння теоретичного матеріалу, правильне застосування понять)
- **75–89% правильних відповідей – 7–8 балів**
(знання основних означень і теорем, поодинокі неточності)
- **60–74% правильних відповідей – 6 балів**
(базове розуміння теорії, часткові прогалини)
- **менше 60% правильних відповідей – 0–5 балів**
(недостатній рівень засвоєння теоретичного матеріалу)

Кожна контрольна робота оцінюється за такими критеріями:

1. **Правильність вибору методу розв'язування – 30% (6 балів)**
– коректне визначення типу диференціального рівняння;
– обґрунтований вибір методу розв'язування.
2. **Коректність математичних перетворень – 40% (8 балів)**
– правильність обчислень;
– логічна послідовність розв'язання;
– відсутність грубих алгебраїчних помилок.
3. **Отримання правильного загального або частинного розв'язку – 20% (4 бали)**
– правильний вигляд розв'язку;
– врахування початкових або крайових умов (за наявності).
4. **Оформлення та математична культура записів – 10% (2 бали)**
– чіткість записів;
– використання стандартних позначень;
– логічна завершеність відповіді.

Розподіл балів, які отримують студенти

Поточне оцінювання (3-ий семестр)						Кількість балів (залік)	Сумарна к-ть балів
Модуль 1				Модуль 2		40	100
T1	T2	T3	T4	T5	T6		
10	10	10	10	10	10		

Поточне оцінювання (4-ий семестр)						Кількість балів (екзамен)	Сумарна к-ть балів
Модуль 3			Модуль 4			40	100
T7	T8		T9	T10			
15	15		15	15			

T1, T2, ... ,T10 – теми змістових модулів.

Шкала оцінювання: національна та ЄКТС

Оцінка за національною шкалою	Оцінка за шкалою ECTS	
	Оцінка (бали)	Пояснення за розширеною шкалою
Відмінно	A (90-100)	відмінно
Добре	B (80-89)	дуже добре
	C (70-79)	добре
Задовільно	D (60-69)	задовільно
	E (50-59)	достатньо
Незадовільно	FX (35-49)	(незадовільно) з можливістю повторного складання
	F (1-34)	(незадовільно) з обов'язковим самостійним опрацюванням освітнього компоненту до перескладання

Якісні критерії оцінювання

На оцінку "відмінно" заслуговує студент, який виявив всебічні, систематичні та глибокі знання, здатність самостійно виконувати завдання, передбачені програмою, ознайомлений з основною і додатковою літературою,

рекомендованою програмою. Така оцінка передбачає також засвоєння студентом взаємозв'язку основних понять дисципліни та їх значення для набутої професії.

Оцінку "добре" ставлять студентів, який засвоїв навчально-програмний матеріал у повному обсязі, успішно виконує передбачені програмою завдання, опрацював основну літературу, рекомендовану програмою, тобто студентів, який засвідчив систематичний характер знань із дисципліни і здатний до їх самостійного поповнення й оновлення у процесі подальшої навчальної роботи і професійної діяльності.

На оцінку "задовільно" заслуговує студент, який виявив знання основного навчального матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання і майбутньої роботи за професією, здатний виконувати завдання, передбачені програмою, ознайомлений з основною літературою, рекомендованою програмою. Як правило, цю оцінку виставляють студентам, які припустилися огріхів у відповіді на іспиті та при виконанні екзаменаційних завдань, але продемонстрували спроможність усунути їх.

Оцінку "незадовільно" ставлять студентів, у знаннях якого є прогалини, який припустився принципових помилок у виконанні передбачених програмою завдань, тобто студентів, який неспроможний продовжити навчання чи приступити до професійної діяльності після закінчення вищого навчального закладу без додаткових занять з відповідної дисципліни.

Перелік питань для самоконтролю та підсумкового контролю навчальних досягнень студентів

1. Задачі, що приводять до звичайних диференціальних рівнянь.
2. Рівняння з відокремлюваними змінними.
3. Однорідні рівняння.
4. Лінійні рівняння та звідні до них.
5. Рівняння Бернуллі та Ріккаті.
6. Рівняння в повних диференціалах.
7. Інтегрувальний множник.
8. Рівняння першого порядку, не розв'язані відносно похідної.
9. Метод введення параметра.
10. Рівняння Лагранжа і Клеро.
11. Диференціальні рівняння вищого порядку.
12. Інтегровані типи рівнянь, що допускають зниження порядку.
13. Формула Остроградського-Ліувілля.
14. Метод варіації для лінійних неоднорідних рівнянь.
15. Лінійні рівняння n-го порядку зі сталими коефіцієнтами.
16. Неоднорідні рівняння з квазіполіномом.
17. Рівняння Ейлера.
18. Крайові задачі.
19. Задача Штурма-Ліувілля.
20. Функція Гріна.

21. Метод Ейлера для лінійних однорідних систем зі сталими коефіцієнтами.
22. Перший та другий методи Ляпунова.
23. Лінійні та квазілінійні рівняння з частинними похідними.

Зарахування результатів неформальної/інформальної освіти

Здобувачі вищої освіти має право на участь у неформальній/інформальній освіті.

У межах поточного контролю можуть визнаватися результати неформальної/інформальної освіти за умови наявності сертифікату або освітньої декларації про результати неформальної/інформальної освіти з питань, що відповідає тематиці курсу («Порядок визнання у Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича результатів навчання, здобутих шляхом неформальної та/або інформальної освіти», <https://www.chnu.edu.ua/media/4g5fzssb/poriadok-vyznannia-rezultativ-navchannia-zdobutykh-shliakhom-neformalnoi-ta-abo-informalnoi-osvity.pdf>).

Студентам можуть бути зараховані додаткові бали, отримані через неформальну освіту, до загальної суми балів, набраної з освітньої компоненти, за умови, що результати з проблеми, за якою відбувалося навчання, відповідають тематиці курсу.

Рекомендована література

1. Диференціальні рівняння та елементи математичної фізики : Навч. метод. посібник / Уклад.: С.Г. Блажевський, О.М. Ленюк. – Чернівці: ЧНУ, 2021. – 248 с.
2. Копась І.М. Диференціальні рівняння : навчальний посібник для інженерних спеціальностей / І.М. Копась.– Київ: КПІ імені Ігоря Сікорського, 2018. – 126 с.
3. Зюбанов О.Є. Диференціальні рівняння : навчальний посібник / О. Є. Зюбанов.– Вінниця: ДонНУ імені Василя Стуса, 2018.– 72 с.
4. Гой Т.П., Махней О.В. Практикум з диференціальних рівнянь. Ч.1. Диференціальні рівняння першого порядку / Т.П. Гой, О.В. Махней. – Івано-Франківськ: Голіней, 2017.– 116 с.
5. Гаращенко Ф.Г., Матвієнко В.Т., Харченко І.І. Диференціальні рівняння для інформатиків / Ф.Г. Гаращенко, В.Т. Матвієнко, І.І. Харченко. – Київ: ВПЦ КНУ, 2008.– 286 с.
6. Кривошия О.А., Перестюк М.О., Бурим В.М. Диференціальні та інтегральні рівняння / О.А. Кривошия, М.О. Перестюк, В.М. Бурим. – Київ: Либідь, 2004.– 408 с.
7. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння в прикладах і задачах / А.М. Самойленко, М.О. Перестюк, І.О. Парасюк.– Київ: Либідь, 2003.– 600 с.

8. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння в задачах / А.М. Самойленко, С.А. Кривошея, М.О. Перестюк.– Київ: Либідь, 2003.– 504 с.

Додаткова

1. Каленюк П. І., Рудавський Ю.К., Тацій Р.М. Диференціальні рівняння: Навч. посібник / П. І. Каленюк, Ю. К. Рудавський, Р. М. Тацій.– Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2014.– 380 с.
2. Перун Г.М., Лучко В.М. Диференціальні рівняння : навч. посібник \ Г.М. Перун, В.М. Лучко.– Чернівці: ЧНУ, 2012.– 120 с.
3. Гой Т.П., Махней О.В. Диференціальні та інтегральні рівняння / Т. П. Гой, О. В. Махней.– Івано-Франківськ : Сімик, 2012.– 352 с.
4. Бугрій О.М., Процах Н.П., Бугрій Н.В. Основи диференціальних рівнянь: теорія, приклади та задачі / О.М. Бугрій, Н.П. Процах, Н.В. Бугрій. Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2011.– 368 с.
5. Диференціальні рівняння: Методичний посібник / Уклад.: Р.І. Петришин, С.Г. Блажевський.– Чернівці: Рута, 2008.– 80 с.
6. Перестюк М.О., Свіщук М.Я. Збірник задач з диференціальних рівнянь / М.О. Перестюк, М.Я. Свіщук.– Київ: ТВіМС, 2004. -224 с.

Інформаційні ресурси

<https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=4948>

https://kdrpm.pnu.edu.ua/wp-content/uploads/sites/55/2018/03/deinf_el.pdf

<http://www.diffeq.univ.kiev.ua/download/DR.pdf>

https://mechmat.knu.ua/wp-content/uploads/2018/03/dif_prukl_zad.pdf

https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/23638/1/Dyf_riv_Kopas.pdf

<https://www.mathgptpro.com/uk/app/calculator/differential-equation>

Політика академічної доброчесності

Дотримання політики щодо академічної доброчесності учасниками освітнього процесу при вивченні навчальної дисципліни регламентовано такими документами:

1. «Етичний кодекс Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича» <https://www.chnu.edu.ua/universytet/normatyvni-dokumenty/etychnyi-kodeks-chernivetskoho-natsionalnoho-universytetu-imeni-yuriiia-fedkovycha/>
2. «Положенням про виявлення та запобігання академічного плагіату у Чернівецькому національному університету імені Юрія Федьковича» <https://www.chnu.edu.ua/universytet/normatyvni-dokumenty/polozhennia-pro-vyjavlennia-ta-zapobihannia-akademichnomu-plahiatu/>