

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

(повне найменування закладу вищої освіти)

Факультет математики та інформатики

(назва інституту/факультету)

Кафедра

математичного аналізу

(назва кафедри)

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету

математики та інформатики

Ольга Мартинюк

2025 р



РОБОЧА ПРОГРАМА
навчальної дисципліни
прикладний функціональний аналіз

(назва навчальної дисципліни)

обов'язкова

(вказати: обов'язкова)

Освітньо-професійна програма Системний аналіз

(назва програми)

Спеціальність 124 Системний аналіз

(вказати: код, назва)

Галузь знань 12 Інформаційні технології

(вказати: шифр, назва)

Рівень вищої освіти бакалаврський

(вказати: перший (бакалаврський)/другий (магістерський)/третій (освітньо-науковий))

факультет математики та інформатики

(назва факультету/інституту, на якому здійснюється підготовка фахівців за вказаною освітньо-професійною програмою)

Мова навчання українська

(вказати: на яких мовах читається дисципліна)

Робоча програма навчальної дисципліни «**Прикладний функціональний аналіз**» складена відповідно до освітньо-професійної програми «Системний аналіз» спеціальності **F4 «Системний аналіз та наука про дані»**.


Розробники: професор кафедри математичного аналізу, доктор фіз.-мат. наук Михайлюк В.В., професор кафедри математичного аналізу, доктор фіз.-мат. наук Карлова О.О.

Викладачі, що забезпечують читання даної навчальної дисципліни: професор кафедри математичного аналізу, доктор фіз.-мат. наук Михайлюк В.В., професор кафедри математичного аналізу, доктор фіз.-мат. наук Карлова О.О.

Погоджено з гарантом ОП  **Андрій ПЕРЦОВ**
(підпис)

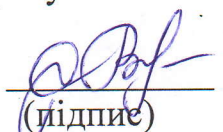
Затверджено на засіданні кафедри математичного аналізу.

Протокол №19 від 24 червня 2025 року.

Завідувач кафедри математичного аналізу  **Володимир МИХАЙЛЮК**
(підпис)

Схвалено методичною радою факультету математики та інформатики

Протокол №12 від 25 червня 2025 року.

Голова методичної ради факультету  **Віра СІКОРА**
(підпис)

Анотація дисципліни.

Курс «Прикладний функціональний аналіз» є однією з основних дисциплін у підготовці фахівців з прикладної математики. Ці знання в подальшому полегшують розуміння інших математичних курсів, які використовують апарат функціонального аналізу, дозволяють студентам застосовувати свої знання для розв'язання практичних задач з різних галузей прикладної математики, а також закладають основи фундаментальної математичної підготовки, яка очікується від випускників класичних університетів. Курс містить основні відомості з загальної топології, теорії метричних і нормованих просторів, а також теорії операторів.

Мета і завдання навчальної дисципліни.

Мета: дати студентам основи знань з теорії міри та інтеграла Лебега, теорії рядів Фур'є, теорії нормованих просторів та лінійних обмежених операторів, розглянути їх застосування до інтегральних та диференціальних рівнянь.

Завдання: викласти основи теорії метричних і нормованих просторів, зокрема, принцип стискаючих відображень і основні принципи лінійного функціонального аналізу в нормованих просторах та їх застосування; теорії гільбертових просторів і рядів Фур'є; теорії міри та інтеграла Лебега.

Пререквізити. Для освоєння даної дисципліни студенти використовують знання, вміння, навички та способи діяльності, які вони отримали в процесі вивчення дисциплін: Математичний аналіз, Алгебра і геометрія, Дискретна математика

Результати навчання:

знати:

- основні поняття метричних і топологічних просторів, включаючи повноту та теорему про стискаюче відображення;
- нормовані та гільбертові простори;
- лінійні неперервні оператори та їх норми;
- основні принципи лінійного функціонального аналізу, спряжений простір і спряжений оператор;
- основні поняття та теореми теорії міри;
- формули розкладу функцій у ряди Фур'є;
- основні поняття та теореми теорії міри та інтеграла Лебега. – **ЗК1, ФК9.**

вміти:

- знаходити відстані між елементами у різних метричних просторах (**ЗК1, ЗК2, ФК2, ФК9**);
- доводити повноту чи її відсутність конкретних метричних просторів (**ЗК1, ЗК11, ФК2, ФК9**);
- застосовувати теорему про стискаюче відображення (**ЗК1, ЗК2, ЗК11, ФК2, ФК9**);
- знаходити норму векторів, операторів та функціоналів (**ЗК1, ЗК11, ФК2, ФК9**);
- застосовувати основні принципи функціонального аналізу (**ЗК1, ЗК2, ФК2, ФК9**);
- розв'язувати різні інтегральні рівняння (**ЗК1, ФК2**);
- одержувати розклад функцій у ряд Фур'є (**ЗК1, ФК2**);
- знаходити міри підмножин прямої та площини (**ЗК1, ЗК11, ФК2**);
- обчислювати інтеграли Лебега від різних вимірних функцій (**ЗК1, ФК2**).

Під час вивчення дисципліни відповідно до ОПП формуються наступні

загальні компетентності:

ЗК1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК2 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК11 Здатність генерувати нові ідеї (креативність).

фахові компетентності:

ФК2 Здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів.

Тематика лекційних занять

№ теми	Назва теми лекції	Основні питання
1.1	Поняття метричного простору	1. Означення метричного простору та приклади. 2. Відкриті та замкнені множини. 3. Топологія, породжена метрикою. 4. Збіжність послідовностей у метричних просторах. 5. Нерівності Мінковського та Гельдера.
1.2	Повні метричні простори і принцип стискаючих відображень	1. Поняття повноти метричного простору. 2. Фундаментальні послідовності. 3. Принцип стискаючих відображень. 4. Існування та єдиність нерухомої точки. 5. Застосування до інтегральних рівнянь Фредгольма і Вольтерри.
1.3	Нормовані та банахові простори	1. Означення нормованого простору. 2. Приклади норм і нормованих просторів. 3. Банахові простори та їх властивості. 4. Лінійні неперервні оператори і функціонали. 5. Норма оператора.
1.4	Основні принципи функціонального аналізу	1. Принцип рівномірної обмеженості. 2. Поточкова та рівномірна збіжність операторів. 3. Оборотні оператори. 4. Теорема про обернений оператор. 5. Теорема Гана–Банаха та її застосування.
2.1	Гільбертові простори і ряди Фур'є	1. Означення гільбертового простору та приклади. 2. Скалярний добуток і норма. 3. Ортогональні та ортонормовані системи. 4. Теорема про проекцію. 5. Ряди Фур'є та їх збіжність.
2.2	Міра Лебега	1. Зовнішня міра та її властивості. 2. Вимірні множини. 3. Міра Лебега на прямій та площині. 4. Основні властивості міри. 5. Приклади обчислення мір.
2.3	Інтеграл Лебега	1. Вимірні функції та їх властивості. 2. Прості функції. 3. Означення інтеграла Лебега. 4. Типи збіжності вимірних функцій. 5. Граничний перехід під знаком інтеграла.

Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Метричні простори і збіжність у метричних просторах	2
2	Повні МП, принцип стискаючих відображень та його застосування	2
3	Норми лінійні неперервних операторів і функціоналів.	2
4	Рівномірна збіжність послідовностей лінійних неперервних операторів, контрольна робота №1.	2
5	Гільбертові простори.	2
6	Ряди Фур'є	2
7	Обчислення мір Лебега плоских множин та інтегралів Лебега	2
8	Контрольна робота № 2	2

Теми завдань для самостійної роботи

№	Назва теми	Кількість годин
1	Топологічні поняття в метричних просторах	3
2	Повні метричні простори	3
3	Застосування принципу стискаючих відображень до рівнянь Фредгольма і Вольтерри	3
4	Нормовані і банахові простори	3
5	Лінійні неперервні оператори і функціонали.	3
6	Простір лінійних неперервних операторів	3
7	Теорема Гана-Банаха та її застосування	3
8	Принцип рівномірної обмеженості	3
9	Теореми про обернений оператор, спектр оператора	3
10	Гільбертові простори, приклади	3
11	Спряжені оператори у гільбертовому просторі	3
12	Розклад функцій у ряди Фур'є	3
13	Зовнішня міра і міра Лебега плоских множин	3
14	Різні типи збіжностей вимірних функцій	2
15	Інтеграл Лебега від вимірних функцій	3
	Разом	44

Самостійна робота студентів використовується при вивченні наступних тем і передбачає опрацювання теоретичного матеріалу, результати якого застосовуються під час виконання практичних завдань.

Методи навчання

У процесі вивчення навчальної дисципліни використовуються інноваційні освітні технології: інформаційно-комунікаційні, технології студентоцентрованого навчання; традиційні та інтерактивні форми і методи навчання, серед яких: вербальні (словесні), наочні, проблемно-пошукові, індуктивно-дедуктивні, лекція-візуалізація, проблемна лекція, аналіз і розв'язання ситуативних задач та ін, зокрема, електронне навчання з використанням системи Moodle, тестування.

Система контролю та оцінювання. Види та форми контролю

Формою поточного контролю є письмова. Формою підсумкового контролю є залік.

Засоби оцінювання

- контрольні і самостійні роботи;
- тести;
- математичні диктанти.

Критерії оцінювання результатів навчання з навчальної дисципліни

Шкала оцінювання: національна та ЄКТС

Оцінка за національною шкалою	Оцінка за шкалою ECTS	
	Оцінка (бали)	Пояснення за розширеною шкалою
Відмінно	A (90-100)	відмінно
Добре	B (80-89)	дуже добре
	C (70-79)	добре
Задовільно	D (60-69)	задовільно
	E (50-59)	достатньо

Незадовільно	FX (35-49)	(незадовільно) з можливістю повторного складання
	F (1-34)	(незадовільно) з обов'язковим самостійним опрацюванням освітнього компоненту до перескладання

Розподіл балів, які отримують студенти

Поточне оцінювання (аудиторна та самостійна робота)							К-ть балів (залік)	Сумарна к-ть балів
Змістовий модуль 1				Змістовий модуль 2				
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	40	100
9	9	9	9	10	7	7		

T1, T2 ... T7 – теми.

Зарахування результатів неформальної/інформальної освіти

Здобувачі вищої освіти має право на участь у неформальній/інформальній освіті.

У межах поточного контролю можуть визнаватися результати неформальної/інформальної освіти за умови наявності сертифікату або освітньої декларації про результати неформальної/інформальної освіти з питань, що відповідає тематиці курсу («Порядок визнання у Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича результатів навчання, здобутих шляхом неформальної та/або інформальної освіти», <https://www.chnu.edu.ua/media/4g5fzssb/poriadok-vyznannia-rezultativ-navchannia-zdobutykh-shliakhom-neformalnoi-ta-abo-informalnoi-osvity.pdf>).

Студентам можуть бути зараховані додаткові бали, отримані через неформальну освіту, до загальної суми балів, набраної з освітньої компоненти, за умови, що результати з проблеми, за якою відбувалося навчання, відповідають тематиці курсу.

Рекомендована література

1. Колмогоров А.М., Фомін С.В. Елементи теорії функцій і функціонального аналізу. – К.: Вища школа, 1974.
2. Лінчук Н.Є., Лінчук С.С. Збірник вправ і задач з функціонального аналізу. – Чернівці: ЧНУ, 2002. – 48 с.
3. Маслюченко В.К. Лекції з функціонального аналізу. Частина 1. Метричні і нормовані простори, Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2010. — 184 с.
4. Маслюченко В.К. Лекції з функціонального аналізу. Частина 2. Лінійні оператори і функціонали, Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2010. — 191 с.
5. Маслюченко В.К. Лекції з функціонального аналізу. Частина 3. Гільбертові простори, Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2011. — 72 с.
6. Маслюченко В.К. Лекції з теорії міри та інтеграла: Ч.1. Міра; навч. посібник / В.К. Маслюченко. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2011. –156с.
7. Маслюченко В.К. Лекції з теорії міри та інтеграла: Ч.2. Інтеграл; навч. посібник. В.К. Маслюченко. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2011. –176с.
8. Федак І.В. Курс лекцій з функціонального аналізу та теорії міри. Частина 1. Івано-Франківськ, 2020, 52 с.
9. Федак І.В. Курс лекцій з функціонального аналізу та теорії міри. Частина 2. Івано-Франківськ, 2020, 56 с.
10. Федак І.В. Курс лекцій з функціонального аналізу та теорії міри. Частина 3. Івано-Франківськ, 2020, 48 с.

11. Богданський Ю.В. та інші Функціональний аналіз. Збірник вправ з функціонального аналізу. – Київ:КПІ, 2019, 67 с.

Інформаційні ресурси

<https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=5184>

Політика академічної доброчесності

Дотримання політики щодо академічної доброчесності учасниками освітнього процесу при вивченні навчальної дисципліни регламентовано такими документами:

- «Етичний кодекс Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича»

<https://www.chnu.edu.ua/universytet/normatyvni-dokumenty/etychnyi-kodeks-chernivetskoho-natsionalnoho-universytetu-imeni-yurii-fedkovycha/>

- «Положенням про виявлення та запобігання академічного плагіату у Чернівецькому національному університету імені Юрія Федьковича» <https://www.chnu.edu.ua/universytet/normatyvni-dokumenty/polozhennia-pro-vyavlennia-ta-zapobihannia-akademichnomu-plahiatu/>