Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

Факультет математики та інформатики

Кафедра диференціальних рівнянь

“ЗАТВЕРДЖУЮ”
Декан факультету
математики та інформатики

_____ Ольга МАРТИНЮК
“ 28 ” серпня 2026 року

РОБОЧА ПРОГРАМА
навчальної дисципліни

Основи диференціальних рівнянь
обов’язкова

Освітньо-професійна програма ***Середня освіта (Інформатика та цифрові технології в освіті)***
Предметна спеціальність ***А4.09 Середня освіта (Інформатика)***
Галузь знань ***А – Освіта***
Рівень вищої освіти ***перший (бакалаврський)***
Факультет ***Факультет математики та інформатики***
Мова навчання ***українська***

Чернівці 2026 рік

Робоча програма навчальної дисципліни «*Основи диференціальних рівнянь*» складена відповідно до освітньо-професійної програми *«Середня освіта (Інформатика та цифрові технології в освіті)»* .

Розробник:
Петришин Роман Іванович, професор кафедри диференціальних рівнянь, доктор фізико-математичних наук

Викладач, що забезпечує читання даної навчальної дисципліни:
Петришин Роман Іванович, професор кафедри диференціальних рівнянь, доктор фізико-математичних наук

Погоджено з гарантом ОП _____ Володимир ЛУЧКО

Затверджено на засіданні кафедри диференціальних рівнянь
Протокол № 1 від 28 серпня 2026 року.

Завідувач кафедри _____ Владислав ЛІТОВЧЕНКО

Схвалено методичною радою факультет математики та інформатики
Протокол № 1 від 28 серпня 2026 року

Голова методичної ради _____ Тоня ФРАТАВЧАН

Мета та завдання навчальної дисципліни:

Мета вивчення дисципліни «*Основи диференціальних рівнянь*» полягає в оволодінні здобувачами 1-го рівня вищої освіти необхідними математичними знаннями та методами теорії звичайних диференціальних рівнянь, а також застосування їх у прикладних задачах і дослідженнях.

Пререквізити. Засвоєння навчальної дисципліни «Основи диференціальних рівнянь» передбачає інтеграцію знань, умінь і навичок з курсу «Математичний аналіз», «Лінійна алгебра та аналітична геометрія».

Результати навчання. У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати: основні поняття, означення та теоретичні положення диференціальних рівнянь і їх систем, умови існування та єдиності розв'язків. Основні методи інтегрування диференціальних рівнянь першого та вищих порядків, лінійних рівнянь і систем диференціальних рівнянь. Теоретичні основи розв'язування крайових задач, методи дослідження стійкості розв'язків та якісного аналізу автономних систем другого порядку.

вміти: класифікувати диференціальні рівняння, визначати їх тип і застосовувати відповідні аналітичні та наближені методи розв'язування. Знаходити загальні та частинні розв'язки диференціальних рівнянь і їх систем, розв'язувати задачі Коші та крайові задачі. Досліджувати стійкість розв'язків і положень рівноваги, визначати типи особливих точок, будувати та аналізувати фазові портрети автономних систем. Застосовувати набуті знання для математичного моделювання та аналізу процесів і явищ різної природи.

Під час вивчення дисципліни, відповідно до освітньої програми, формуються наступні

загальні компетентності:

ЗК1. Здатність до абстрактного та системного мислення, аналізу та синтезу, до застосування знань у практичних ситуаціях.

фахові компетентності:

ФК1. Здатність перенесення системи наукових знань у професійну діяльність та в площину навчального предмету, до інноваційної діяльності.

компетентності предметної спеціальності:

ПК10. Здатність формулювати проблеми математично та в символьній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.

ПК11. Здатність діяти за заданими базовими математичними алгоритмами, здійснювати їх вибір і застосування; набувати практичні уміння і навички необхідні для конструювання алгоритмів, описання способів розв'язання математичних задач у вигляді алгоритмічного припису.

та отримуються наступні результати навчання:

РН7. *Демонструє* знання основ фундаментальних і прикладних наук (відповідно до предметної спеціальності), *оперує* базовими категоріями та поняттями предметної області спеціальності.

ПРН2. *Знає та розуміє* фізичні, логічні та математичні основи інформаційних технологій; *пояснює та застосовує* способи двійкового кодування текстової, числової, графічної, звукової та відеоінформації.

РН11. *Виявляє* навички роботи в команді, адаптації та дії у новій ситуації, *пояснює* необхідність забезпечення рівних можливостей і дотримання гендерного паритету у професійній діяльності.

РН12. *Аналізує* власну педагогічну діяльність та її результати, *здійснює* об’єктивну самооцінку і самокорекцію своїх професійних якостей.

Опис навчальної дисципліни

Загальна інформація про розподіл годин

Форма навчання	Рік підготовки	Семестр	Кількість		Кількість годин						Вид підсумкового контролю
			кредитів	годин	лекції	практичні	семінарські	лабораторні	самостійна робота	індивідуальні	
Денна	2	1	3	90	30	30	-	-	30	-	екзамен

Назви змістових модулів і тем навчальних занять	Кількість годин					
	денна форма					
	усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	с.р.
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Змістовий модуль 1. Звичайні диференціальні рівняння						
Тема 1. Вступ. Основні поняття. Приклади. Простіші методи наближеного розв'язування диференціальних рівнянь	4	2				2
Тема 2. Інтегровні типи рівняння першого порядку.	9	3	4			2
Тема 3. Рівняння, нерозв’язні відносно похідної.	6	2	2			2
Тема 4. Диференціальні рівняння вищих порядків. Рівняння, що допускають зниження порядку.	8	2	3			3
Тема 5. Теорія лінійних рівнянь вищих порядків.	11	4	4			3
Тема 6. Крайові задачі для лінійних рівнянь 2-го порядку	7	2	2			3
Разом за змістовим модулем 1	**45**	**15**	**15**			**15**
Змістовий модуль 2. Системи диференціальних рівнянь.						
Тема 7. Системи диференціальних рівнянь: означення, основні поняття, теорема Коші.		2	0			3
Тема 8. Основні методи інтегрування систем диференціальних рівнянь.		4	3			3
Тема 9. Лінійні системи диференціальних рівнянь.		2	4			3

Тема 10. Елементи теорії стійкості.		3	4			3
Тема 11. Елементи якісної теорії автономних систем другого порядку.		4	4			3
Разом за змістовим модулем 2	**45**	**15**	**15**			**15**
Усього годин	**90**	**30**	**30**			**30**

Тематика лекційних занять з переліком питань

№	*Назва теми з основними питаннями*
1	*Тема 1. Вступ. Основні поняття. Приклади. Простіші методи наближеного розв'язування диференціальних рівнянь.* Поняття диференціального рівняння, його порядок та класифікація. Загальний, частинний та особливий розв'язки. Задача Коші. Геометрична інтерпретація диференціальних рівнянь першого порядку. Поле напрямів та інтегральні криві. Приклади математичних моделей, що описуються диференціальними рівняннями. Простіші методи наближеного розв'язування диференціальних рівнянь: метод Ейлера, модифікований метод Ейлера. Оцінювання точності наближених розв'язків.
2	*Тема 2. Інтегровні типи рівнянь першого порядку.* Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними та рівняння, що зводяться до них. Однорідні диференціальні рівняння першого порядку. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку та рівняння Бернуллі. Методи їх інтегрування. Диференціальні рівняння у повних диференціалах. Інтегрувальний множник та його застосування.
3	*Тема 3. Рівняння, нерозв'язні відносно похідної.* Диференціальні рівняння першого порядку, не розв'язані відносно похідної. Методи знаходження їх розв'язків. Рівняння Лагранжа та Клеро. Методи інтегрування та особливості побудови загальних і особливих розв'язків. Параметричні методи розв'язування диференціальних рівнянь першого порядку, не розв'язаних відносно похідної.
4	*Тема 4. Диференціальні рівняння вищих порядків. Рівняння, що допускають зниження порядку.* Диференціальні рівняння вищих порядків. Основні поняття, задача Коші та структура загального розв'язку. Диференціальні рівняння, що допускають зниження порядку за відсутності незалежної змінної або шуканої функції. Методи зниження порядку диференціальних рівнянь. Застосування заміни змінних для інтегрування рівнянь вищих порядків.
5	*Тема 5. Теорія лінійних рівнянь вищих порядків.* Лінійні однорідні диференціальні рівняння вищих порядків. Лінійна незалежність розв'язків, визначник Вронського та фундаментальна система розв'язків. Лінійні однорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння та побудова загального розв'язку. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння. Структура загального розв'язку, метод невизначених коефіцієнтів та метод варіації довільних сталих.
6	*Тема 6. Крайові задачі для лінійних рівнянь другого порядку.* Поняття крайової задачі для лінійного диференціального рівняння другого порядку. Основні типи крайових умов. Існування та єдиність розв'язків крайових задач. Однорідні та неоднорідні крайові задачі. Методи розв'язування крайових задач для лінійних диференціальних рівнянь другого порядку. Функція Гріна та її застосування.
7	*Тема 7. Системи диференціальних рівнянь: означення, основні поняття, теорема Коші.* Поняття системи звичайних диференціальних рівнянь. Нормальна форма системи та її розв'язок. Задача Коші для систем диференціальних рівнянь. Умови існування та єдиності розв'язків. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші для нормальних систем диференціальних рівнянь. Зведення рівнянь вищих порядків до систем першого порядку.
8	*Тема 8. Основні методи інтегрування систем диференціальних рівнянь.* Основні методи інтегрування нормальних систем диференціальних рівнянь. Метод виключення невідомих функцій. Метод інтегровних комбінацій та метод перших інтегралів систем диференціальних рівнянь. Застосування заміни змінних і перетворень для спрощення та інтегрування систем диференціальних рівнянь.
9	*Тема 9. Лінійні системи диференціальних рівнянь.*

	Лінійні однорідні системи диференціальних рівнянь. Фундаментальна матриця розв'язків та структура загального розв'язку. Лінійні однорідні системи зі сталими коефіцієнтами. Матричний метод розв'язування, власні значення та власні вектори. Лінійні неоднорідні системи диференціальних рівнянь. Метод варіації довільних сталих.
10	*Тема 10. Елементи теорії стійкості.* Основні поняття теорії стійкості. Стійкість за Ляпуновим, асимптотична стійкість та нестійкість розв'язків. Дослідження стійкості лінійних систем диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами за характеристичними коренями. Метод функцій Ляпунова. Основні теореми про стійкість та асимптотичну стійкість положень рівноваги.
11	*Тема 11. Елементи якісної теорії автономних систем другого порядку.* Автономні системи диференціальних рівнянь другого порядку. Фазова площина, фазові траєкторії та фазові портрети. Особливі точки автономних систем другого порядку. Класифікація особливих точок: вузол, сідло, фокус, центр. Дослідження якісної поведінки розв'язків автономних систем другого порядку. Побудова фазових портретів та аналіз стійкості положень рівноваги.

Контроль виконання завдань, винесених на підготовку до лекційних занять та опрацювання лекційного матеріалу проводиться в рамках модульного контролю та наявністю конспектів студентів. Бали за цей вид роботи входять у загальну кількість балів

Тематика практичних занять з переліком питань

№	*Назва теми (питання/завдання)*
1	**Практичне заняття 1.** *Основні поняття диференціальних рівнянь. Найпростіші методи наближеного розв'язування* Кількість годин: 2 1. Визначення порядку та типу диференціального рівняння. Перевірка функції на відповідність диференціальному рівнянню. 2. Знаходження загальних і частинних розв'язків найпростіших диференціальних рівнянь. Розв'язування задачі Коші. 3. Наближене розв'язування диференціальних рівнянь методом Ейлера.
2	**Практичне заняття 2.** *Диференціальні рівняння першого порядку з відокремлюваними змінними* Кількість годин: 2 1. Розв'язування диференціальних рівнянь із відокремлюваними змінними. 2. Застосування заміни змінних для зведення диференціальних рівнянь до рівнянь із відокремлюваними змінними. 3. Розв'язування задач Коші для диференціальних рівнянь із відокремлюваними змінними.
3	**Практичне заняття 3.** *Однорідні та лінійні диференціальні рівняння першого порядку* Кількість годин: 2 1. Розв'язування однорідних диференціальних рівнянь першого порядку. 2. Інтегрування лінійних диференціальних рівнянь першого порядку методом варіації довільної сталої. 3. Розв'язування рівнянь Бернуллі та задач Коші для лінійних диференціальних рівнянь.
4	**Практичне заняття 4.** *Диференціальні рівняння у повних диференціалах* Кількість годин: 2 1. Перевірка умов повноти диференціального рівняння. 2. Розв'язування диференціальних рівнянь у повних диференціалах. 3. Знаходження інтегрувального множника та його застосування для інтегрування диференціальних рівнянь.
5	**Практичне заняття 5.** *Диференціальні рівняння, не розв'язані відносно похідної* Кількість годин: 2 1. Розв'язування диференціальних рівнянь першого порядку, не розв'язаних відносно похідної. 2. Інтегрування диференціальних рівнянь Клеро та Лагранжа. 3. Знаходження загальних та особливих розв'язків диференціальних рівнянь.
6	**Практичне заняття 6.** *Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають зниження порядку* Кількість годин: 2 1. Розв'язування диференціальних рівнянь вищих порядків, які не містять шуканої функції. 2. Інтегрування диференціальних рівнянь вищих порядків, які не містять незалежної змінної. 3. Застосування заміни змінних для зниження порядку диференціальних рівнянь.
7	**Практичне заняття 7.** *Лінійні однорідні диференціальні рівняння вищих порядків* Кількість годин: 2 1. Перевірка лінійної незалежності розв'язків за допомогою визначника Вронського.

	2. Побудова фундаментальної системи розв'язків лінійного однорідного диференціального рівняння. 3. Розв'язування лінійних однорідних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.
8	**Практичне заняття 8.** *Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння вищих порядків* Кількість годин: 2 1. Знаходження частинних розв'язків лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь методом невизначених коефіцієнтів. 2. Розв'язування лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь методом варіації довільних сталих. 3. Розв'язування задач Коші для лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь.
9	**Практичне заняття 9.** *Крайові задачі для лінійних диференціальних рівнянь другого порядку* Кількість годин: 2 1. Розв'язування однорідних крайових задач для лінійних диференціальних рівнянь другого порядку. 2. Розв'язування неоднорідних крайових задач із заданими крайовими умовами. 3. Дослідження існування та єдиності розв'язків крайових задач.
10	**Практичне заняття 10.** *Системи диференціальних рівнянь. Задача Коші* Кількість годин: 2 1. Зведення диференціальних рівнянь вищих порядків до нормальних систем диференціальних рівнянь першого порядку. 2. Перевірка розв'язків систем диференціальних рівнянь. 3. Розв'язування задач Коші для найпростіших систем диференціальних рівнянь.
11	**Практичне заняття 11.** *Основні методи інтегрування систем диференціальних рівнянь* Кількість годин: 2 1. Розв'язування систем диференціальних рівнянь методом виключення невідомих функцій. 2. Застосування методу інтегровних комбінацій для знаходження розв'язків систем. 3. Знаходження перших інтегралів систем диференціальних рівнянь.
12	**Практичне заняття 12.** *Лінійні однорідні системи диференціальних рівнянь* Кількість годин: 2 1. Розв'язування лінійних однорідних систем диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. 2. Знаходження власних значень і власних векторів матриці системи. 3. Побудова фундаментальної матриці та загального розв'язку лінійної однорідної системи.
13	**Практичне заняття 13.** *Лінійні неоднорідні системи диференціальних рівнянь* Кількість годин: 2 1. Розв'язування лінійних неоднорідних систем диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. 2. Застосування методу варіації довільних сталих для інтегрування лінійних неоднорідних систем. 3. Розв'язування задач Коші для лінійних неоднорідних систем диференціальних рівнянь.
14	**Практичне заняття 14.** *Дослідження стійкості розв'язків диференціальних рівнянь та їх систем* Кількість годин: 2

	1. Дослідження стійкості положень рівноваги лінійних систем диференціальних рівнянь за власними значеннями матриці системи. 2. Визначення умов стійкості та асимптотичної стійкості розв'язків. 3. Застосування функцій Ляпунова для дослідження стійкості положень рівноваги.
15	**Практичне заняття 15.** *Якісний аналіз автономних систем диференціальних рівнянь другого порядку* Кількість годин: 2 1. Знаходження положень рівноваги автономних систем другого порядку. 2. Визначення типів особливих точок: вузол, сідло, фокус, центр. 3. Побудова фазових портретів автономних систем другого порядку та аналіз поведінки фазових траєкторій.

Контроль виконання завдань, винесених на підготовку до лабораторних занять та виконання практичного матеріалу проводиться в рамках вивчення тем. Бали за цю роботу входять у загальну кількість балів за кожну тему.

Завдання для самостійної роботи студента

№	Завдання для самостійної роботи	Кількість годин
1	Схема доведення теореми Коші для ДР 1-го порядку в нормальній формі	2
2	Базові методи наближеного розв'язування диференціальних та інтегральних рівнянь	2
3	Обвідна сім'ї ліній. Особливі розв'язки й точки ДР та методи їх знаходження	3
4	Диференціальне рівняння Рікатті, особливості його інтегрування	3
5	Схема доведення теореми Коші для ДР n-го порядку в нормальній формі	3
6	Спеціальні форми та властивості розв'язків ДР 2-го порядку	3
7	Інтегрування ДР за допомогою степеневих рядів. Рівняння Бесселя та Гаусса. Поняття про гіпергеометричну функцію	3
8	Коливання розв'язків лінійних однорідних рівнянь	3
9	Поняття про матрицант СЛДР 1-го порядку, його основні властивості	3
10	Умови Рауса-Гурвіца та Льєнара-Шипара про дійсні частини власних чисел матриці.	3
11	Поняття про метод лінеаризації дослідження фазової траєкторії нелінійних систем	2

Контроль виконання завдань, винесених на самостійне опрацювання проводиться в рамках кожної теми. Бали за цю роботу входять у загальну кількість балів за тему.

Методи навчання

Об'єктом поточного контролю знань студентів є:

а) систематичність та активність роботи на практичних (підготовка звітів по відповідних темах дисципліни або написання рефератів згідно з тематичним планом; виконання письмової контрольної роботи за тестами або за білетами, затвердженими кафедрою; проведення усної співбесіди викладача зі студентом, в процесі якої студент дає відповіді на питання з різних тем дисципліни) заняттях;

б) виконання завдань для самостійного опрацювання.

Контроль систематичності та активності роботи студенів на практичних заняттях:

1. Рівень знань, продемонстрований у відповідях на практичних заняттях.
2. Активність при обговоренні питань, що винесені на практичні заняття.
3. Результати виконання практичних робіт.

Контроль виконання завдань для самостійного опрацювання:

1. Самостійне опрацювання тем.
2. Написання домашніх контрольних робіт.

Виконання модульних завдань:

1. Відповіді на теоретичні питання.
2. Розв’язання практичних завдань.

Система контролю та оцінювання

Оцінювання рівня знань студентів з предмету «Диференціальні рівняння» здійснюється на основі результатів поточного контролю та іспиту, завдання поточного контролю оцінюються в діапазоні від 0 до 60 балів, а завдання, що виносяться на іспит – від 0 до 40 балів.

Критерії оцінювання поточного та підсумкового контролю
Розподіл балів, які отримують студенти

Поточний контроль											Підсумковий контроль (залік)	Сумарна к-ть балів
Змістовий модуль 1 (30 балів)						Змістовий модуль 2 (30 балів)					**40**	**100**
Т1	**Т2**	**Т3**	**Т4**	**Т5**	**Т6**	**Т7**	**Т8**	**Т9**	**Т10**	**Т11**		
5	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**		

Шкала оцінювання: національна та ЕКТС

Оцінка за національною шкалою	**Оцінка за шкалою ЕКТС**	
	Оцінка (бали)	**Пояснення за розширеною шкалою**
Відмінно	A (90-100)	відмінно
Добре	B (80-89)	дуже добре

	C (70-79)	добре
Задовільно	D (60-69)	задовільно
	E (50-59)	достатньо
Незадовільно	FX (35-49)	(незадовільно) з можливістю повторного складання
	F (1-34)	(незадовільно) з обов'язковим самостійним опрацюванням освітнього компоненту до перескладання

Перелік питань для підсумкового контролю навчальних досягнень студентів

Тема 1. Вступ. Основні поняття. Простіші методи наближеного розв'язування диференціальних рівнянь

1. Поняття диференціального рівняння. Класифікація диференціальних рівнянь за порядком і типом.
2. Звичайні диференціальні рівняння та їх геометрична інтерпретація.
3. Поняття розв'язку диференціального рівняння. Загальний, частинний та особливий розв'язки.
4. Задача Коші для диференціального рівняння першого порядку.
5. Поле напрямів та інтегральні криві диференціального рівняння першого порядку.
6. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку.
7. Метод Ейлера наближеного розв'язування диференціальних рівнянь.
8. Модифікований метод Ейлера та оцінювання точності наближених розв'язків.

Тема 2. Інтегровні типи рівнянь першого порядку

9. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Методи їх інтегрування.
10. Диференціальні рівняння, що зводяться до рівнянь із відокремлюваними змінними.
11. Однорідні диференціальні рівняння першого порядку. Методи їх розв'язування.
12. Диференціальні рівняння, що зводяться до однорідних.
13. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Структура загального розв'язку.
14. Метод варіації довільної сталої для лінійного диференціального рівняння першого порядку.
15. Рівняння Бернуллі. Зведення до лінійного диференціального рівняння.
16. Диференціальні рівняння у повних диференціалах. Умови повноти.

17. Методи розв’язування диференціальних рівнянь у повних диференціалах.

18. Інтегрувальний множник. Основні способи його знаходження.

Тема 3. Рівняння, нерозв’язані відносно похідної

19. Диференціальні рівняння першого порядку, не розв’язані відносно похідної. Основні поняття та методи інтегрування.

20. Рівняння, що допускають розв’язування відносно незалежної змінної або шуканої функції.

21. Параметричний метод інтегрування диференціальних рівнянь першого порядку.

22. Диференціальне рівняння Клеро. Загальний та особливий розв’язки.

23. Диференціальне рівняння Лагранжа. Методи інтегрування.

24. Особливі розв’язки диференціальних рівнянь першого порядку. Геометрична інтерпретація.

Тема 4. Диференціальні рівняння вищих порядків. Рівняння, що допускають зниження порядку

25. Диференціальні рівняння вищих порядків. Основні поняття та означення.

26. Задача Коші для диференціального рівняння вищого порядку.

27. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають безпосереднє інтегрування.

28. Методи зниження порядку диференціальних рівнянь, які не містять шуканої функції.

29. Методи зниження порядку диференціальних рівнянь, які не містять незалежної змінної.

30. Застосування заміни змінних для зниження порядку диференціальних рівнянь.

31. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають зниження порядку внаслідок спеціальної структури рівняння.

Тема 5. Теорія лінійних рівнянь вищих порядків

32. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків. Основні означення та класифікація.

33. Лінійні однорідні диференціальні рівняння вищих порядків. Властивості розв’язків.

34. Лінійна залежність і незалежність функцій. Визначник Вронського.

35. Фундаментальна система розв’язків лінійного однорідного диференціального рівняння.

36. Структура загального розв’язку лінійного однорідного диференціального рівняння.

37. Лінійні однорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння.

38. Побудова загального розв’язку лінійного однорідного рівняння за різних типів коренів характеристичного рівняння.

39. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння вищих порядків. Структура загального розв’язку.

40. Принцип суперпозиції для лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь.

41. Метод невизначених коефіцієнтів для знаходження частинного розв’язку лінійного неоднорідного рівняння.

42. Метод варіації довільних сталих для лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь.

43. Зниження порядку лінійного однорідного диференціального рівняння за відомим частинним розв’язком.

Тема 6. Крайові задачі для лінійних рівнянь другого порядку

44. Поняття крайової задачі для лінійного диференціального рівняння другого порядку.

45. Основні типи крайових умов для диференціальних рівнянь другого порядку.

46. Однорідні крайові задачі для лінійних диференціальних рівнянь другого порядку.

47. Неоднорідні крайові задачі для лінійних диференціальних рівнянь другого порядку.

48. Умови існування та єдиності розв’язку крайової задачі.

49. Функція Гріна для крайової задачі. Основні властивості та методи побудови.

50. Застосування функції Гріна для розв’язування неоднорідних крайових задач.

Тема 7. Системи диференціальних рівнянь: означення, основні поняття, теорема Коші

51. Поняття системи звичайних диференціальних рівнянь. Основні означення.

52. Нормальна система диференціальних рівнянь першого порядку.

53. Загальний і частинний розв’язки системи диференціальних рівнянь.

54. Задача Коші для нормальної системи диференціальних рівнянь.

55. Теорема існування та єдиності розв’язку задачі Коші для нормальної системи диференціальних рівнянь.

56. Зведення диференціального рівняння вищого порядку до нормальної системи рівнянь першого порядку.

57. Геометрична інтерпретація розв’язків систем диференціальних рівнянь.

Тема 8. Основні методи інтегрування систем диференціальних рівнянь

58. Основні методи інтегрування нормальних систем диференціальних рівнянь.

59. Метод виключення невідомих функцій для розв’язування систем диференціальних рівнянь.

60. Метод інтегровних комбінацій для систем диференціальних рівнянь.

61. Поняття першого інтеграла системи диференціальних рівнянь.

62. Знаходження перших інтегралів систем диференціальних рівнянь.

63. Застосування заміни змінних для інтегрування систем диференціальних рівнянь.

Тема 9. Лінійні системи диференціальних рівнянь

64. Лінійні системи диференціальних рівнянь. Основні поняття та класифікація.

65. Лінійні однорідні системи диференціальних рівнянь. Властивості розв'язків.

66. Фундаментальна система розв'язків лінійної однорідної системи диференціальних рівнянь.

67. Фундаментальна матриця розв'язків лінійної однорідної системи.

68. Структура загального розв'язку лінійної однорідної системи диференціальних рівнянь.

69. Лінійні однорідні системи зі сталими коефіцієнтами. Матричний метод інтегрування.

70. Власні значення та власні вектори матриці лінійної системи. Їх використання для побудови розв'язків.

71. Матрична експонента та її застосування для розв'язування лінійних систем диференціальних рівнянь.

72. Лінійні неоднорідні системи диференціальних рівнянь. Структура загального розв'язку.

73. Метод варіації довільних сталих для лінійних неоднорідних систем.

74. Розв'язування задачі Коші для лінійних систем диференціальних рівнянь.

Тема 10. Елементи теорії стійкості

75. Поняття стійкості розв'язків диференціальних рівнянь за Ляпуновим.

76. Асимптотична стійкість та нестійкість розв'язків диференціальних рівнянь.

77. Стійкість положень рівноваги автономних систем диференціальних рівнянь.

78. Дослідження стійкості лінійних систем зі сталими коефіцієнтами за власними значеннями матриці системи.

79. Перший метод Ляпунова дослідження стійкості за лінійним наближенням.

80. Другий метод Ляпунова. Поняття функції Ляпунова.

81. Основні теореми про стійкість та асимптотичну стійкість за Ляпуновим.

82. Застосування функцій Ляпунова для дослідження стійкості положень рівноваги.

Тема 11. Елементи якісної теорії автономних систем другого порядку

83. Автономні системи диференціальних рівнянь другого порядку. Основні поняття.

84. Фазова площина, фазові траєкторії та фазовий портрет автономної системи.

85. Положення рівноваги автономних систем другого порядку. Методи їх знаходження.

86. Лінеаризація автономної системи в околі положення рівноваги.

87. Класифікація особливих точок лінійних автономних систем другого

порядку.

88. Особливі точки типу «вузол». Стійкі та нестійкі вузли.

89. Особливі точки типу «сідло». Характер фазових траєкторій.

90. Особливі точки типу «фокус». Стійкі та нестійкі фокуси.

91. Особливі точки типу «центр». Особливості фазових траєкторій.

92. Побудова фазових портретів лінійних автономних систем другого порядку.

93. Якісний аналіз нелінійних автономних систем другого порядку.

94. Дослідження стійкості положень рівноваги нелінійних автономних систем за лінійним наближенням.

95. Періодичні розв'язки та замкнені фазові траєкторії автономних систем другого порядку.

Зарахування результатів неформальної освіти

Відповідно до «Порядку визнання у Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича результатів навчання, здобутих шляхом неформальної та/або інформальної освіти» (протокол No16 від 25 листопада 2024 року) https://surl.li/lamouy у процесі вивчення дисципліни здобувачу освіти може бути зараховано до 25% балів, отриманих за результатами неформальної та/або інформальної освіти з проблем, що відповідають тематиці курсу.

Література

Основна

1. Диференціальні рівняння та елементи математичної фізики : навч.-метод. посіб. / уклад.: С. Г. Блажевський, О. М. Ленюк. Чернівці : Чернівецький нац. ун-т, 2021. 248 с.

2. Копась І. М. Диференціальні рівняння : навч. посіб. для інженерних спеціальностей. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 126 с.

3. Зюбанов О. Є. Диференціальні рівняння : навч. посіб. Вінниця : ДонНУ ім. Василя Стуса, 2018. 72 с.

4. Гой Т. П., Махней О. В. Практикум з диференціальних рівнянь. Ч. 1 : Диференціальні рівняння першого порядку. Івано-Франківськ : Голіней, 2017. 116 с.

5. Гаращенко Ф. Г., Матвієнко В. Т., Харченко І. І. Диференціальні рівняння для інформатиків. Київ : ВПЦ «Київський університет», 2008. 286 с.

6. Кривошия О. А., Перестюк М. О., Бурим В. М. Диференціальні та інтегральні рівняння. Київ : Либідь, 2004. 408 с.

7. Самойленко А. М., Перестюк М. О., Парасюк І. О. Диференціальні рівняння в прикладах і задачах. Київ : Либідь, 2003. 600 с.

8. Самойленко А. М., Кривошея С. А., Перестюк М. О. Диференціальні рівняння в задачах. Київ : Либідь, 2003. 504 с.

Додаткова

1. Каленюк П. І., Рудавський Ю. К., Тацій Р. М. Диференціальні рівняння : навч. посіб. Львів : Вид-во Львівської політехніки, 2014. 380 с.

2. Перун Г. М., Лучко В. М. Диференціальні рівняння : навч. посіб. Чернівці : Чернівецький нац. ун-т, 2012. 120 с.

3. Гой Т. П., Махней О. В. Диференціальні та інтегральні рівняння. Івано-Франківськ : Сімик, 2012. 352 с.

4. Бугрій О. М., Процах Н. П., Бугрій Н. В. Основи диференціальних рівнянь: теорія, приклади та задачі. Львів : Вид-во Львівської політехніки, 2011. 368 с.

5. Диференціальні рівняння : метод. посіб. / уклад.: Р. І. Петришин, С. Г. Блажевський. Чернівці : Рута, 2008. 80 с.

6. Перестюк М. О., Свіщук М. Я. Збірник задач з диференціальних рівнянь. Київ : ТВіМС, 2004. 224 с.

7. Диференціальні рівняння / І. І. Ляшко та ін. Київ : Вища школа, 1981. 504 с.

8. Шкіль М. І., Сотниченко М. А. Звичайні диференціальні рівняння. Київ : Вища школа, 1992. 303 с.

Посилання на інформаційні ресурси

1. Paul's Online Math Notes. Differential Equations. Електронні навчальні матеріали з теорії звичайних диференціальних рівнянь, методів їх розв’язування, систем диференціальних рівнянь та задач Коші. URL: https://tutorial.math.lamar.edu/Classes/DE/DE.aspx.

2. MIT OpenCourseWare. Differential Equations. Відкриті навчальні матеріали з диференціальних рівнянь, їх систем, математичного моделювання та прикладних задач. URL: https://ocw.mit.edu/courses/18-03sc-differential-equations-fall-2011/.

3. Wolfram MathWorld. Ordinary Differential Equation. Електронний математичний довідник із теорії звичайних диференціальних рівнянь, методів аналітичного та чисельного розв’язування. URL: https://mathworld.wolfram.com/OrdinaryDifferentialEquation.html.

4. GeoGebra. Графічний калькулятор. Інтерактивний математичний ресурс для візуалізації розв’язків диференціальних рівнянь, побудови графіків функцій і дослідження фазових траєкторій. URL: https://www.geogebra.org/graphing.

Політика академічної доброчесності

Дотримання політики щодо академічної доброчесності учасниками освітнього процесу при вивченні освітнього компонента регламентовано чинними документами ЧНУ:

- «Кодекс академічної доброчесності та етики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича» https://www.chnu.edu.ua/universytet/normatyvni-dokumenty/kodeks-akademichnoi-dobrochesnosti-ta-etyky-chernivetskoho-natsionalnoho-universytetu-imeni-yuriia-fedkovycha/
- «Положенням про виявлення та запобігання академічного плагіату у Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича» https://www.chnu.edu.ua/universytet/normatyvni-dokumenty/polozhennia-pro-vyiavlennia-ta-zapobihannia-akademichnomu-plahiatu-u-chernivetskomu-natsionalnomu-universyteti-imeni-yuriia-fedkovycha/
- «Політика використання штучного інтелекту в Чернівецькому національному університету імені Юрія Федьковича» https://www.chnu.edu.ua/universytet/normatyvni-dokumenty/polityka-vykorystannia-shtuchnoho-intelektu-v-chernivetskomu-natsionalnomu-universyteti-imeni-yuriia-fedkovycha-zi-zminamy-zatverdzhenymy-vchenoiu-radoiu-chnu-imeni-yuriia-fedkovycha/

Використання здобувачами освіти інструментів штучного інтелекту (ШІ)
під час виконання навчальних завдань:

- *допускається за умови* дотримання принципів академічної доброчесності (здобувач освіти несе відповідальність за зміст, достовірність і результати поданої роботи, а у разі використання ШІ зобов'язаний зазначити факт і спосіб його застосування);
- *не допускається* використання ШІ як заміни самостійного виконання завдань або з метою порушення вимог академічної доброчесності;
- *додаткові обмеження чи вимоги* щодо використання ШІ *можуть визначатися* викладачем в освітньому процесі для конкретних видів навчальної діяльності відповідно до особливостей дисципліни.