

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

(повне найменування закладу вищої освіти)

Факультет математики та інформатики

(назва факультету/навчально-наукового інституту)

Кафедра математичного моделювання

(назва кафедри, що забезпечує викладання)

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

**Декан факультету
математики та інформатики**

Ольга МАРТИНЮК



2025 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА
навчальної дисципліни**

Комп'ютерне моделювання жорстких процесів та систем

(назва навчальної дисципліни)

обов'язкова

(вказати: обов'язкова)

Освітньо-професійна програма «Системний аналіз»

(назва програми)

Спеціальність 124 Системний аналіз

(вказати: код, назва)

Галузь знань 12 Інформаційні технології

(вказати: шифр, назва)

Рівень вищої освіти перший (бакалаврський)

(вказати: перший (бакалаврський) / другий (магістерський) / третій (освітньо-науковий))

Факультет математики та інформатики

(назва факультету/ навчально-наукового інституту, на якому здійснюється підготовка фахівців за вказаною освітньою програмою)

Мова навчання українська

(вказати: на якій мові читається дисципліна)

Чернівці 2025 рік

Робоча програма навчальної дисципліни «Комп'ютерне моделювання жорстких процесів та систем» складена відповідно до освітньо-професійної програми «Системний аналіз»

Розробник:

Черевко Ігор Михайлович, завідувач кафедри математичного моделювання, кандидат фіз.-мат. наук, професор

Викладачі, що забезпечують читання даної навчальної дисципліни:

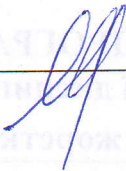
Черевко Ігор Михайлович, завідувач кафедри математичного моделювання, кандидат фіз.-мат. наук, професор;

Іліка Світлана Анатоліївна, асистент, кандидат фіз.-мат. наук

Погоджено з гарантом ОП  **Андрій ПЕРЦОВ**

Затверджено на засіданні кафедри математичного моделювання
Протокол № 15 від «24» червня 2025 року

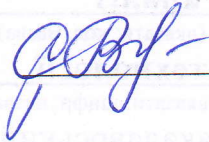
Завідувач кафедри



Ігор ЧЕРЕВКО

Схвалено методичною радою факультету математики та інформатики
Протокол № 12 від «25» червня 2025 року

Голова методичної ради



Віра СІКОРА

Мета навчальної дисципліни

Систематичне вивчення властивостей жорстких систем диференціальних рівнянь, джерел їх виникнення; розгляд найбільш поширених алгоритмів розв'язання таких задач, а також обговорення останніх досягнень в теорії чисельних методів.

Навчальна програма з курсу “Комп’ютерне моделювання жорстких процесів та систем” передбачає вивчення питань, що пов’язані із означенням та прикладами жорстких задач із різних областей науки, аналізом нерівномірної збіжності класичних різницевих схем при розв’язуванні жорстких задач, існуванням та властивостями жорстко стійких різницевих схем.

Програма курсу передбачає навчити студентів вільно оперувати основними поняттями, твердженнями та властивостями теорії різницевих схем, досліджувати різницеві схеми на стійкість та застосовувати їх до жорстких диференціальних задач. Важливими для практичних застосувань є жорстко стійкі різницеві схеми Гіра.

Завдання вивчення навчальної дисципліни

Навчити студентів вільно оперувати основними поняттями, твердженнями та властивостями теорії різницевих схем, досліджувати різницеві схеми на стійкість та застосовувати їх до жорстких диференціальних задач.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати: основні поняття та твердження з програмного матеріалу даного курсу;

вміти: застосовувати отримані знання при побудові та дослідженні різницевих схем для розв’язання жорстких диференціальних задач, мати навички програмної реалізації чисельних методів та можливостей їх адаптації до прикладних задач.

Пререквізити. Програмування, Диференціальні рівняння, Обчислювальні методи.

Результати навчання:

Дисципліна формує такі компетентності за ОП

ЗК1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК11. Здатність генерувати нові ідеї (креативність).

ЗК14. Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт

ФК2. Здатність формалізувати проблеми, описані природною мовою, у тому числі за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів.

ФК7. Здатність використовувати сучасні інформаційні технології для комп’ютерної реалізації математичних моделей та прогнозування поведінки конкретних систем а саме: об’єктно-орієнтований підхід при проектуванні

складних систем різної природи, прикладні математичні пакети, застосування баз даних і знань.

ФК9. Здатність представляти математичні аргументи і висновки з них з ясністю і точністю і в таких формах, які підходять для аудиторії як усно так і в письмовій формі

Наведені результати навчання за відповідною дисципліною співвідносяться із такими **програмними результатами навчання**:

ПР1. Знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, аналітичну геометрію, лінійну алгебру та векторний аналіз, функціональний аналіз та дискретну математику в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань системного аналізу.

ПР4. Знати та вміти застосовувати базові методи якісного аналізу та інтегрування звичайних диференціальних рівнянь і систем, диференціальних рівнянь в частинних похідних, в тому числі рівнянь математичної фізики.

ПР9. Вміти створювати ефективні алгоритми для обчислювальних задач системного аналізу та систем підтримки прийняття рішень.

Опис змісту робочої програми навчальної дисципліни Загальна інформація

Форма навчання	Рік підготовки	Семестр	Кількість		Кількість годин						Вид підсумкового контролю
			кредитів	годин	лекції	практичні	семінарські	лабораторні	самостійна робота	індивідуальні завдання	
Денна	3	5	4	120	30	-	-	30	60	-	екзамен

Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість кредитів - 4 /годин -120 год.												
	денна форма -120 год.							заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі					
		л	п	лаб	інд	с.р.		л	п	лаб	інд	с.р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
Змістовий модуль 1. Багатокрокові різницеві схеми для систем диференціальних рівнянь													
Тема 1. Наукове програмування	4	2		0		2							
Тема 2. Елементи теорії різницевих схем	6	2		0		4							
Тема 3 Числові алгорит-	6	4				4							

ми розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Стійкість різницевої схем.												
Тема 4. Багатокрокові різницеві схеми для систем диференціальних рівнянь	22	4		8		10						
Разом за ЗМ 1	40	12	-	8		20						
Змістовий модуль 2. Жорсткі системи звичайних диференціальних рівнянь												
Тема 5. Поняття про жорсткі системи звичайних диференціальних рівнянь	8	2				6						
Тема 6. Жорстко стійкі різницеві схеми	16	2		6		8						
Тема 7. Жорстко стійкі різницеві схеми Гіра	18	4		6		8						
Разом за ЗМ 2	42	8	-	12		22						
Змістовий модуль 3. Диференціально-алгебраїчні рівняння. Різницеві схеми з припасованими коефіцієнтами												
Тема 8. Системи диференціально-алгебраїчних рівнянь	18	6		6		6						
Тема 9. Різницеві схеми з припасованими коефіцієнтами.	10	2		2		6						
Тема 10. Сингулярно збурені крайові задачі	10	2		2		6						
Разом за ЗМ 3	38	10		10		18						
Усього годин	120	30		30		60						

Теми лекційних занять

№ з/п	Назва теми
1	Наукове програмування <ol style="list-style-type: none"> 1. Призначення наукового програмування. 2. Математичне моделювання. 3. Основні вимоги до програм. 4. Історія розвитку мов програмування. 5. Етапи розв'язування задач на ЕОМ.
2	Елементи теорії різницевих схем <ol style="list-style-type: none"> 1. Сіткові функції 2. Різницеві рівняння. 3. Різницеві схеми. 4. Основна теорема теорії різницевих схем (теорема Лакса). 5. Схема дослідження різницевих схем.
3.	Числові алгоритми розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь <ol style="list-style-type: none"> 1. Постановка задачі. 2. Найбільш вживані різницеві схеми. <ol style="list-style-type: none"> 2.1 Однокрокові різницеві схеми 2.2 Багатокрокові різницеві схеми 3. Вибір кроку інтегрування. 4. Порівняння різницевих схем. 5. Розв'язування систем диференціальних рівнянь. Стійкість різницевих схем <ol style="list-style-type: none"> 1. Тестова модельна задача дослідження на стійкість. 2. Практична стійкість різницевих схем. 3. Стійкість однокрокових різницевих схем Ейлера. 4. Стійкість двокрокових різницевих схем Адамса. Постановка лабораторної роботи № 1 та методика її виконання.
4	Багатокрокові різницеві схеми для систем диференціальних рівнянь <ol style="list-style-type: none"> 1. Алгоритм побудови багатокрокових різницевих схем. 2. Необхідна умова стійкості багатокрокових різницевих схем. 3. Критерій стійкості багатокрокових різницевих схем. Абсолютно стійкі різницеві схеми. <ol style="list-style-type: none"> 1. Алгоритм дослідження на абсолютну стійкість різницевих схем. 2. Області абсолютної стійкості явних р.с. та неявних р.с. 3. Постановка лабораторної роботи № 2 та методика її виконання.
5	Поняття про жорсткі системи звичайних диференціальних рівнянь <ol style="list-style-type: none"> 1. Приклад. 2. Означення жорстких задач. 3. Жорсткість лінійних сингулярно збурених рівнянь. 4. Жорсткі системи нелінійних диференціальних рівнянь.
6	Жорстко стійкі різницеві схеми <ol style="list-style-type: none"> 1. Властивості та ознаки жорстких задач. 2. Необхідна область стійкості р.с. для розв'язування жорстких задач. 3. Означення жорстко стійкої різницевої схеми. Теорема Далквіста.

7	<p>Жорстко стійкі різницеві схеми Гіра</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Алгоритм побудови різницевих схем Гіра. 2. Найбільш вживані р.с. Гіра та області їх абсолютної стійкості. 3. Алгоритми реалізації різницевих схем Гіра. 4. Постановка лабораторної роботи № 3 та методика її виконання.
8	<p>Системи диференціально-алгебраїчних рівнянь</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Напівнеявні різницеві схеми. 2. Напівнеявні різницеві схеми Рунге-Кутта. 3. Методи Рунге-Кутта оптимального порядку. 4. Алгоритми Розенброка. <p>Алгоритми розв'язування неявних та диференціально-алгебраїчних систем.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Формула диференціювання назад. Точність наближення похідних. 2. Алгоритм розв'язування неявних диференціальних рівнянь. 3. Метод Ньютона, прогноз початкових значень. <p>Декомпозиційний алгоритм розв'язування сингулярно збурених систем.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Сингулярно збурені системи диференціальних рівнянь. 2. Теорема Тихонова про граничний перехід в сингулярних системах. 3. Асимптотика розв'язку сингулярно збурених систем. 4. Декомпозиційний алгоритм знаходження нульового наближення
9	<p>Різницеві схеми з припасованими коефіцієнтами для сингулярно збурених рівнянь.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Постановка задачі, існування та властивості розв'язку. 2. Нерівномірна збіжність класичних різницевих схем. 3. Побудова асимптотики розв'язку. 4. Алгоритм побудови різницевих схем з припасованими коефіцієнтами
10	<p>Сингулярно збурені крайові задачі.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Особливості розв'язків сингулярно збурених крайових задач. 2. Побудова асимптотичних розкладів розв'язку. 3. Різницеві схеми з припасованими коефіцієнтами. 4. Алгоритми реалізації

Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми (завдання)
1	<p align="center">Лабораторна робота №.1 Тема: «Багатокрокові різницеві схеми»</p> <p>Використовуючи задану багатокрокову р.с. знайти розв'язок модельної задачі Коші для системи диференціальних рівнянь. Вхід у таблицю підрахувати за запропонованою однокроковою р.с. У випадку неявної р.с. розв'язок уточнювати методом простої ітерації або методом Ньютона. Друк результатів здійснити в точках кратних 0.1.</p> <p>Мета: Засвоєння методики розв'язування задачі Коші для системи диференціальних рівнянь з використанням комбінації</p>

	однокрокових та багатокрокових різницевих схем. Уточнення неявних різницевих схем ітераційними алгоритмами. Отримання практичних навичок роботи при розв'язанні модельної задачі Коші.
2	<p align="center">Лабораторна робота №2</p> <p>Тема: Побудова області абсолютної стійкості багатокрокових р.с. Мета: Засвоїти основні поняття та означення з теорії стійкості р.с. Отримання практичних навичок використання методики знаходження області абсолютної стійкості багатокрокових р.с. на ЕОМ. Розробити прикладну програму для побудови області абсолютної стійкості багатокрокової р.с. із лабораторної роботи №1 та встановити чи є вона жорстко стійкою.</p>
3	<p align="center">Лабораторна робота №3.</p> <p>Тема: Розв'язування жорстких систем диференціальних рівнянь Розв'язати модельну систему жорстких диференціальних рівнянь застосувавши методику реалізації жорстко стійких різницевих схем, використовуючи головну та допоміжну різницеві схеми із лабораторної роботи №1. Мета: Засвоєння методики розв'язування жорстких диференціальних рівнянь, використовуючи багатокрокові різницеві схеми, набуття практичних навичок зміни кроку в багатокрокових різницевих схемах.</p>

Тематика індивідуальних завдань

Студент може індивідуально виконувати додаткові завдання навчально-дослідницької спрямованості за завданнями, наданими викладачем та отримати **до 10 балів в рахунок ІНДЗ.**

ІНДЗ

1. Характеристика основних вимог до прикладних програм.
2. Знаходження розв'язків лінійних різницевих рівнянь зі сталими коефіцієнтами.
3. Знайти похибки апроксимації похідної різницеви операторами L^- , L^+ , $L^{1/2}$.
4. Провести аналіз позитивних і негативних сторін однокрокових та багатокрокових різницевих схем.
5. Обґрунтувати схему дослідження на практичну стійкість двокрокових різницевих схем.
6. Довести критерій стійкості багатокрокових різницевих схем.
7. Побудувати область абсолютної стійкості неявної різницевої схеми Адамса 2-го порядку.
8. Аналіз областей абсолютної стійкості явних та неявних різницевих схем Адамса.
9. Побудова областей абсолютної стійкості різницевих схем Гіра 2-4-го порядків.

10. Побудувати приклад системи лінійних диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами, для якої означення жорсткої системи є некоректним.
11. Показати, що лінійна сингулярно збурена система диференціальних рівнянь є жорсткою.
12. ФДН для нерівномірних проміжків.
13. Знаходження припасованих коефіцієнтів для неявних різницевих схем Ейлера, різницевих схем Адамса 2-го порядку.
14. Алгоритм реалізації різницевих схем з припасованими коефіцієнтами для сингулярно збурених крайових задач.

Самостійна робота

Самостійна робота складає 60 годин. Розподіл самостійної роботи за видами навчальних робіт:

- підготовка до лекційних занять – 20 годин;
- виконання лабораторних робіт – 20 годин;
- підготовка до екзамену – 20 годин.

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Основні поняття теорії різницевих схем: збіжність, стійкість, апроксимація.	4
2	Ідея та реалізація вибору автоматичного кроку інтегрування.	4
3	Схема дослідження на практичну стійкість однокрокових та двокрокових різницевих схем.	4
4	Необхідна умова стійкості багатокрокових різницевих схем. Загальна схема дослідження різницевих схем.	6
5	Означення абсолютної стійкості багатокрокових різницевих схем. Алгоритм дослідження на абсолютну стійкість багатокрокових різницевих схем.	6
6	Означення жорстких диференціальних рівнянь та їх приклади. Жорстко стійкі різницеві схеми.	6
7	Методика реалізації жорстко стійких різницевих схем.	4
8	Алгоритми побудови різницевих схем Гіра. Найбільш вживані різницеві схеми Гіра.	6
9	Декомпозиційний алгоритм розв'язування сингулярно збурених систем.	4
10	Схема застосування ФДН для розв'язування неявних та диференціально-алгебраїчних рівнянь.	6
11	Різницеві схеми з припасованими коефіцієнтами для сингулярно збурених задач Коші.	4
12	Рівномірно збіжні різницеві схеми для сингулярно збурених крайових задач.	6
	Разом	60

Методи та освітні технології навчання

Лекції, лабораторні роботи, тестування, аудиторне та дистанційне онлайн-навчання з використанням систем Moodle та Google Meet.

Методи навчання:

- вербальні методи (лекція, бесіда, диспут, пояснення, розповідь тощо);
- практичні методи (лабораторні роботи);
- наочні методи (демонстрація, ілюстрація);
- робота з інформаційними ресурсами: з навчально-методичною, науковою, нормативною літературою та інтернет-ресурсами;
- самостійна робота над індивідуальним завданням або за програмою навчальної дисципліни;
- дистанційне навчання з використанням відповідних онлайн-платформ.

Контроль та оцінювання навчальних досягнень студентів у процесі вивчення навчальної дисципліни

Під час вивчення навчальної дисципліни використовуються такі види та методи контролю: *лабораторні роботи та контрольні роботи.*

Перелік питань для самоконтролю й контролю навчальних досягнень студентів з навчальної дисципліни:

Змістовий модуль 1

Багатокрокові різницеві схеми для систем диференціальних рівнянь

1. Які задачі розв'язують в науковому програмуванні (НП)?
2. Які дисципліни формують напрям НП?
3. Основні вимоги до математичних моделей (ММ).
4. Схема обґрунтування побудованої ММ.
5. Суть методу різницевої апроксимації для побудови різницевих схем.
6. Ідея методу невизначених коефіцієнтів для побудови різницевих схем.
7. Основні поняття теорії різницевих схем: збіжність, стійкість, апроксимація.
8. Ідея та реалізація вибору автоматичного кроку інтегрування.
9. Схема застосування різницевих схем до систем диференціальних рівнянь.
10. Означення практичної стійкості різницевих схем. Тестова задача.
11. Схема дослідження на практичну стійкість однокрокових різницевих схем.
12. Схема дослідження на практичну стійкість багатокрокових різницевих схем.
13. Необхідна умова стійкості багатокрокових різницевих схем.
14. Загальна схема дослідження різницевих схем.

Змістовий модуль 2

Жорсткі системи звичайних диференціальних рівнянь

1. Означення абсолютної стійкості багатокрокових різницевих схем.
2. Алгоритм дослідження на абсолютну стійкість багатокрокових різницевих схем.

3. Области абсолютної стійкості явних та неявних різницевих схем.
4. Означення жорстких диференціальних рівнянь та їх приклади.
5. Жорстко стійкі різницеві схеми.
6. Методика реалізації жорстко стійких різницевих схем.
7. Алгоритми побудови різницевих схем Гіра.
8. Найбільш вживані різницеві схеми Гіра.
9. Напівнеявні різницеві схеми Рунге-Кутта, Розенброка.

Змістовий модуль 3 **Диференціально-алгебраїчні задачі**

1. Характеристика системи диференціальних рівнянь з малим параметром при похідній.
2. Теорема про граничний перехід.
3. Декомпозиційний алгоритм розв'язування сингулярно збурених систем.
4. Схема застосування ФДН для розв'язування неявних та диференціально-алгебраїчних рівнянь.
5. Нерівномірна збіжність класичних різницевих схем для розв'язання сингулярно збурених задач.
6. Різницеві схеми з припасованими коефіцієнтами для сингулярно збурених задач Коші.
7. Сингулярно збурені крайові задачі: існування та властивості розв'язків.
8. Рівномірно збіжні різницеві схеми для сингулярно збурених крайових задач.

Критерії оцінювання навчальних досягнень студентів за результатами поточного та підсумкового контролю

Система оцінювання рівня навчальних досягнень ґрунтується на принципах ECTS та є накопичувальною. На протязі семестру студенти виконують дві контрольні роботи та 3 лабораторних роботи. Кожна контрольна робота оцінюється максимум 5 балами, а лабораторні роботи оцінюються максимум 25(перша), 15(друга) та 20(третя) балами. Підсумковим контролем з дисципліни є усний іспит. Білет екзамену містить три питання, з яких одне питання теоретичне і два практичні.

1. Повна відповідь на кожне питання оцінюється 10 балами.
2. За кожну помилку, яка допущена у відповіді, знімається певна кількість балів, а саме:
 - а) при відповіді на теоретичне питання у випадку неістотної помилки знімається 1-2 бали, а у випадку істотної 3-5 балів, якщо ж студент не опанував теоретичний матеріал, плутається в означеннях, наводить логічно невірні твердження, то знімається до 10 балів;
 - б) при оцінці практичного завдання за помилку, допущену при перетвореннях, знімається 1-2 бали; за істотну помилку, яка привела до неправильної відповіді, знімається 3-5 балів; якщо ж розв'язання задачі логічно неправильне, то знімається до 10 балів.

3. Максимальна кількість, яку можна набрати на підсумковому модулі 30 балів.

4. Підсумкова оцінка, як показник результатів вивчення навчальної дисципліни, складається із сумарної кількості балів за поточне оцінювання – **70 балів** та підсумкового модуль – контролю (екзамен) – **30 балів**, за **100-бальною** університетською шкалою.

Шкала оцінювання: національна та ЄКТС

Оцінка за національною шкалою	Оцінка за шкалою ECTS	
	Оцінка (бали)	Пояснення за розширеною шкалою
Відмінно	A (90-100)	відмінно
Добре	B (80-89)	дуже добре
	C (70-79)	добре
Задовільно	D (60-69)	задовільно
	E (50-59)	достатньо
Незадовільно	FX (35-49)	незадовільно (з можливістю повторного складання)
	F (1-34)	незадовільно (з обов'язковим самостійним опрацюванням освітнього компонента до перескладання)

Зарахування результатів неформальної/інформальної освіти

Здобувачі вищої освіти має право на участь у неформальній/інформальній освіті.

У межах поточного контролю можуть визнаватися результати неформальної/інформальної освіти за умови наявності сертифікату або освітньої декларації про результати неформальної/інформальної освіти з питань, що відповідає тематиці курсу («Порядок визнання у Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича результатів навчання, здобутих шляхом неформальної та/або інформальної освіти», <https://www.chnu.edu.ua/media/4g5fzssb/poriadok-vyznannia-rezultativ-navchannia-zdobutykh-shliakhom-neformalnoi-ta-abo-informalnoi-osvity.pdf>).

Студентам можуть бути зараховані додаткові бали, отримані через неформальну освіту, до загальної суми балів, набраної з освітньої компоненти, за умови, що результати з проблеми, за якою відбувалося навчання, відповідають тематиці курсу.

Рекомендована література

Основна

1. Butcher, J.C. *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations*; John Wiley & Sons: Hoboken, NJ, USA, 2016.- 484 p.
2. Ernst Hairer, Gerhard Wanner *Solving Ordinary Differential Equations II: Stiff and Differential-Algebraic Problems*. Springer, 2010 p. - 614 p.
3. Doolan E. R., Miller J. M., Schilders W. A. “Uniform Numerical Methods for Problems with Initial and Boundary Layers,” Boole Press, Dublin, 1980.-199 p.
4. Leon O. Chua, Pen-Min Lin. *Computer-Aided Analysis of Electronic Circuits: Algorithms and Computational Techniques*. Englewood Cliffs, N.J : Prentice Hall, 1975.- 737 p.
5. Nagy A.M. *Numerical Solution of Stiff and Singularly Perturbed Problems: Numerical Solution of Stiff and Singularly Perturbed Problems for Ordinary Differential and Volterra-type Equations*. – Publisher : LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013. – 156 p.
6. Бігун Я. Й. *Числові методи*.– Чернівці: Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича. 2019 – 436 с.
7. *Комп'ютерне моделювання жорстких процесів та систем : Методичні рекомендації та завдання для контрольних та лабораторних робіт / Укл.: І.М. Черевко. Чернівці: Чернівец. нац. ун-т, 2023. 30 с. <https://archer.chnu.edu.ua/handle/123456789/8375>*

Додаткова

1. Dzyadyk V.K. *Approximation Methods for Solutions of Differential and Integral Equations*. – De Gruyter, 2019. – 329 p.
2. Dahlquist G. 33 years of numerical instability. Part 1. BIT. 1985, v.25, p. 188-204.
3. Dekker, K.; Verwer, J. G., *Stability of Runge-Kutta Methods for Stiff Nonlinear Differential Equations*. Amsterdam-New York, North-Holland 1984. – 308 p.
4. Hairer E., Norsett S. P., Wanner G. *Solving Ordinary Differential Equations I: Nonstiff and Differential-Algebraic Problems*. Berlin: Springer-Verlag, 1993. – 528 p.
5. Gear C. W. *Numerical initial value problems in ordinary differential equations*. – New Jersey : Printice, 1971. – 253 p.

Інформаційні ресурси

<https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=3739>

Політика академічної доброчесності

Дотримання політики щодо академічної доброчесності учасниками освітнього процесу при вивченні навчальної дисципліни регламентовано такими документами:

- ✓ «Етичний кодекс Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича» https://www.chnu.edu.ua/media/jxdfs0zb/etychnyi-kodeks-chemivets_koho-natsionalnoho-universytetu.pdf
- ✓ «Положенням про виявлення та запобігання академічного плагіату у Чернівецькому національному університету імені Юрія Федьковича» <https://www.chnu.edu.ua/media/n5nbzwgb/polozhennia-chnu-pro-plahi-at-2023plusdodatky-31102023.pdf>

Освітня діяльність (викладача і студента) під час вивчення навчальної дисципліни ґрунтується на принципах співробітництва та академічної доброчесності. Очікується, що роботи студентів будуть оригінальним дослідженням чи міркуванням й об'єктивно оцінені викладачем.