Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
(повне найменування закладу вищої освіти)

Факультет математики та інформатики
(назва факультету/навчально-наукового інституту)

Кафедра прикладної математики та інформаційних технологій
(назва кафедри, що забезпечує викладання)

"ЗАТВЕРДЖУЮ"
Декан факультету
математики та інформатики
Ольга МАРТИНЮК
"28" 08 2026 року

РОБОЧА ПРОГРАМА
навчальної дисципліни
Обчислювальні методи
(назва навчальної дисципліни)

обов'язкова
(вказати: обов'язкова)

Освітньо-професійна програма Комп'ютерні науки та проєктування програмних систем
(назва програми)

Спеціальність F3 Комп'ютерні науки
(вказати: код, назва)

Галузь знань F Інформаційні технології
(вказати: шифр, назва)

Рівень вищої освіти перший (бакалаврський)
(вказати: перший (бакалаврський) / другий (магістерський) / третій (освітньо-науковий)

Факультет математики та інформатики
(назва факультету/ навчально-наукового інституту, на якому здійснюється підготовка фахівців за вказаною освітньою програмою)

Мова навчання українська
(вказати: на якій мові читається дисципліна)

Чернівці 2026 рік

Робоча програма навчальної дисципліни «*Обчислювальні методи*» складена відповідно до освітньо-професійної програми «Комп'ютерні науки та проєктування програмних систем»

Розробник:
Бігун Ярослав Йосипович, завідувач кафедри прикладної математики та інформаційних технологій, доктор фіз.-мат. наук, професор

Викладачі, що забезпечують читання даної навчальної дисципліни:
Бігун Ярослав Йосипович, завідувач кафедри прикладної математики та інформаційних технологій, доктор фіз.-мат. наук, професор;
Унгурян Галина Михайлівна, асистент кафедри ПМІТ, канд. фіз.-мат. наук, доцент

Погоджено з гарантом ОП _____ **Ігор ЮРЧЕНКО**

Затверджено на засіданні кафедри прикладної математики та інформаційних технологій
Протокол № 2 від «28» серпня 2026 року

Завідувач кафедри _____ **Ярослав БІГУН**

Схвалено методичною радою факультету математики та інформатики
Протокол № 1 від «28» серпня 2026 року

Голова методичної ради _____ **Тоня ФРАТАВЧАН**

Мета навчальної дисципліни

Забезпечення студентів необхідними теоретичними знаннями і практичними навиками використання числових методів при розв’язуванні та числовому моделюванні сучасних прикладних задач.

Дисципліна формує такі компетентності за ОП:

ЗК2. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК7. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

ФК4. Здатність використовувати сучасні методи математичного моделювання об’єктів, процесів і явищ, розробляти моделі й алгоритми чисельного розв’язування задач математичного моделювання, враховувати похибки наближеного чисельного розв’язування професійних задач.

ФК7. Здатність застосовувати теоретичні та практичні основи методології та технології моделювання для дослідження характеристик і поведінки складних об'єктів і систем, проводити обчислювальні експерименти з обробкою й аналізом результатів.

Пререквізити. Лінійна алгебра, математичний аналіз, диференціальні рівняння, програмування.

Результати навчання

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати:

– методи розв’язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь, нелінійних рівнянь і систем, методи інтерполювання і наближення функцій сплайнами, середньоквадратичні наближення і метод найменших квадратів, методи числового диференціювання та інтегрування, числові методи розв’язування інтегральних рівнянь однокрокові й багатокрокові числові методи розв’язування звичайних диференціальних рівнянь з початковими умовами, числові методи розв’язування двоточкових лінійних та нелінійних крайових задач;

– основні поняття та твердження з програмного матеріалу курсу, методи та алгоритм розв’язування типових задач;

вміти:

– вибирати, модифікувати та застосовувати числові методи для розв’язування математичних задач,

– будувати для них обчислювальні алгоритми,

– аналізувати точність проведення обчислень та досліджувати на стійкість,

– здійснювати програмну реалізацію числових методів та проводити аналіз одержаних результатів.

Наведені результати навчання за відповідною дисципліною співвідносяться із такими **програмними результатами навчання:**

ПРН6. Використовувати методи чисельного диференціювання та інтегрування функцій, розв'язання звичайних диференціальних та інтегральних рівнянь, особливостей чисельних методів та можливостей їх адаптації до інженерних задач, мати навички програмної реалізації чисельних методів.

ПРН17. Виконувати паралельні та розподілені обчислення, застосовувати чисельні методи та алгоритми для паралельних структур, мови паралельного програмування при розробці та експлуатації паралельного та розподіленого програмного забезпечення**.**

Опис навчальної дисципліни
Загальна інформація

Форма навчання	Рік підготовки	Семестр	Кількість		Кількість годин						Вид підсумкового контролю
			кредитів	всього годин	лекції	практичні	семінарські	лабораторні	самостійна робота	індивідуальні завдання	
Денна	2	4	4	120	30	–	–	30	60	–	екзамен
Заочна											

Структура змісту навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин денна форма					
	усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7
Змістовий модуль 1. Елементи комп'ютерної арифметики та методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь						
Тема 1. Елементи теорії похибок і комп'ютерної арифметики	8	2		2		4
Тема 2. Прямі методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь	11	4		3		4
Тема 3. Ітераційні методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь	10	3		3		4
Разом за змістовим модулем 1	29	9		8		12
Змістовий модуль 2. Ітераційні методи розв'язування нелінійних рівнянь та систем						
Тема 1. Ітераційні методи розв'язування нелінійних рівнянь	12	3		3		6
Тема 2. Ітераційні методи розв'язування систем нелінійних рівнянь	9	2		3		4
Разом за змістовим модулем 2	21	5		6		10
Змістовий модуль 3. Наближення функцій і числове інтегрування						
Тема 1. Інтерполювання та середньоквадратичні наближення	13	4		3		6
Тема 2. Числове інтегрування та його застосування до розв'язування інтегральних рівнянь	16	3		3		10

Разом за змістовим модулем 3.	29	7		6		16
Змістовий модуль 4. Числові методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь						
Тема 1. Однокрокові та багатокрокові методи числового розв'язування задачі Коші	23	5		6		12
Тема 2. Різницеві методи розв'язування лінійних та нелінійних двоточкових крайових задач		4		4		10
Разом за змістовим модулем 4	41	9		10		22
Усього годин	120	30		30		60

Тематика лекційних занять з переліком питань

Змістовий модуль 1. Елементи комп'ютерної арифметики та методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь

1.1. Абсолютна та відносна похибки. Похибка функції та арифметичних операцій. Заокруглення чисел, способи заокруглення. Особливості машинної арифметики для систем із плаваючою крапкою.

1.2. Метод Ґауса та його модифікації. Метод квадратного кореня. Методи прогонки для СЛАР із тридіагональною матрицею. Огляд прямих методів для систем із квадратною матрицею.

1.3. Міра обумовленості матриці та її властивості. Оцінка похибки розв'язку СЛАР при збуренні правої частини.

1.4. Канонічна форма однокрокових ітераційних методів. Метод простої ітерації та Зейделя, достатні та необхідні і достатня умови збіжності та оцінка похибки методів.

Змістовий модуль 2. Ітераційні методи розв'язування нелінійних рівнянь та систем

2.1. Канонічна форма однокрокових ітераційних методів. Метод простої ітерації та Зейделя, достатні та необхідні і достатня умови збіжності та оцінка похибки методів.

2.2. Локалізація коренів нелінійних рівнянь та швидкість збіжності ітераційних методів. Метод поділу відрізка. Метод хорд і парабол. Метод простої ітерації: схема, збіжність. Метод Ньютона, умови і швидкість збіжності. Модифікації методу Ньютона. Метод січних.

2.3. Розв'язування систем нелінійних рівнянь ітераційними методами простої ітерації та Ньютона.

2.4. Нелінійний метод Якобі та Зейделя.

Змістовий модуль 3. Наближення функцій та числове інтегрування

3.1. Інтерполяційний многочлен у формі Лагранжа, оцінка похибки інтерполювання. Поділені різниці та їх властивості. Інтерполяційний многочлен у формі Ньютона.

3.2. Лінійні інтерполяційні сплайни, оцінка залишкового члена та збіжність. Кубічні інтерпо-ляційні сплайни: означення, алгоритм побудови, оцінка похибки та екстремальні властивості.

3.3. Елемент найкращого середньоквадратичного наближення. Метод найменших квадратів.

3.4. Інтерполяційні квадратурні формули та їх похибки. Квадратурні формули Ньютона-Котеса. Властивості коефіцієнтів. Проста і складена квадратурні формули трапецій, Сімпсона і Ньютона та їх похибки.

3.5. Поняття про квадратурні формули найвищого алгебраїчного степеня точності.

3.6. Застосування квадратурних формул для числового розв'язування інтегральних рівнянь Вольтерра і Фредгольма.

Змістовий модуль 4. Числові методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь

4.1. Формули числового диференціювання для першої і другої похідної.

4.2. Явний та неявний методи Ейлера. Загальна схема явних методів Рунге-Кутти. Методи 2 порядку точності та 3 і 4 порядку точності. Методи Рунге-Кутти для систем диференціальних рівнянь. Аналіз похибки в однокрокових методах. Правило Рунге.

4.3. Багатокрокові методи. Різницеві схеми Адамса. Стійкість різницевих схем, область стійкості. Умова коренів.

4.4. Різницева схема для лінійної крайової задачі, похибка апроксимації. Поняття про стійкість різницевої схеми. Збіжність різницевої схеми, теорема Лакса.

4.5. Різницевої схеми для нелінійної двоточкової крайової задачі. Знаходження розв'язку різницевої схеми методом Ньютона.

Тематика лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Елементи комп'ютерної арифметики	2
2	Прямі та ітераційні методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь	6
3	Числові методи розв'язування нелінійних рівнянь та систем	6
4	Наближення функцій (інтерполювання, середньоквадратичні наб-лиження	3
5	Числове інтегрування	3
6	Однокрокові та багатокрокові методи числового розв'язування задачі Коші для ЗДР	6
7	Числові методи розв'язування крайових задач для лінійних ЗДР	4
	Разом	30

Завдання для самостійної роботи студентів

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Похибки арифметичних операцій і функцій, ок, і комп'ютерної арифметики	4

2	Прямі методи розв’язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь	4
3	Ітераційні методи розв’язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь, варіаційні методи	4
4	Ітераційні методи розв’язування нелінійних рівнянь, модифікації методу Ньютона	6
5	Ітераційні методи розв’язування систем нелінійних рівнянь, варіаційні методи	4
6	Інтерполяційні методи Ньютона і Лагранжа, середньоквадратичні наближення многочленами	6
7	Числове інтегрування та застосування до розв’язування інтегральних рівнянь	10
8	Однокрокові та багатокрокові методи числового розв’язування задачі Коші. Методи Рунге-Кутти.	12
9	Різницеві методи розв’язування лінійних та нелінійних двоточкових крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь	10
	Усього	60

Методи навчання

Під час проведення лекцій використовуються пасивний та активний методи навчання.

Консультаційна робота. Під час виконання студентами лабораторних робіт використовується активні методи навчання. Проведення модульних контрольних робіт та навчальна робота під час прийому лабораторних робіт.

Методи контролю

1. Модульні роботи.
2. Вибіркове опитування на лекційних і лабораторних заняттях.
3. Тестові завдання.
4. Іспит у кінці семестру, який включає 2 теоретичних й 2 практичних завдання.

Розподіл балів, які отримують студенти

ЗМ1				ЗМ2			ЗМ3			ЗМ4			Екза-мен	Усього
Т1	Т2	Т3	усього	Т1	Т2	усього	Т1	Т2	усього	Т1	Т2	усього		
6	8	8	22 Пр.-8 Лаб.-14	6	6	12 Пр.-4 Лаб.- 8	7	6	13 Пр.-5 Лаб.- 8	12	11	23 Пр.-8 Лаб.- 15	30 Пр.-25 Лаб.- 45	100

Т1, Т2 ... Т9 – теми змістових модулів; Пр. – практичні; Лаб. - лабораторні

Шкала оцінювання: національна та ЄКТС

Оцінка за національною шкалою	Оцінка за шкалою ЄКТС	
	Оцінка (бали)	**Пояснення за розширеною шкалою**
Відмінно	A (90-100)	відмінно
Добре	B (80-89)	дуже добре
	C (70-79)	добре
Задовільно	D (60-69)	задовільно
	E (50-59)	достатньо
Незадовільно	FX (35-49)	(незадовільно) з можливістю повторного складання
	F (1-34)	(незадовільно) з обов'язковим самостійним опрацюванням освітнього компоненту до перескладання

Методичне забезпечення

1. Електронні лекції.
2. Приклади модульних робіт.
3. Завдання для лабораторних робіт і методичні вказівки для їх виконання
4. Навчальний посібник [1].

Рекомендована література

Основна

1. Бігун Я.Й. Числові методи: навч. посібник. Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2019. 436 с.
2. Фельдман Л.П., Петренко А.І., Дмитрієва О.А. Чисельні методи в інформатиці. К.: Видавнича група BHV, 2006. 480 с. https://drive.google.com/drive/folders/1_A_Qzr5b2v9Y9ZzsPyR_fNDtCmE8klX

Допоміжна

1. Бойко Л.Т. Основи чисельних методів. Дніпропетровськ: ДНУ, 2009. 244 с.
2. Волонтир Л.О, Зелінська О.В., Потапова Н.А., Чіков І.А. Чисельні методи: Навч. Посібник. Вінниця. ВНАУ, 2020. 322 с. http://repository.vsau.org/getfile.php/27703.pdf
3. Кутнів М.В., Пізюр Я.В. Чисельні методи. Львів : Растр-7, 2024. 277 с.
4. Задачин В.М., Конюшенко І.Г. Чисельні методи: навч. посібник. Харків. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. 180 с. http://kist.ntu.edu.ua/textPhD/CHM_Zadachin.pdf
5. Програмування числових методів мовою Python: / А.В. Анісімов, А.Ю. Дорошенко, С.Д. Погорілий, Я.Ю. Дорогий. К.: ВПЦ «Київський університет», 2014. 560 с.
6. Шахно С.М., Дудекевич А.Т., Левицька С.М. Практикум з чисельних методів: навч. посібник. Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2013. 432 с.

7. Hairer E., Norsett S., Wanner G. Solving Ordinary Differential Equations I: Non-stiff and Differential-Algebraic Problems. Berlin: Springer-Verlag, 1993. 528 p.
8. Gautschi W. Numerical analysis. New York, Berlin, London: Springer Dordrecht Heidelberg, 2012. 588 p.
9. Butcher J.C. Numerical methods for ordinary differential equations. John Wiley & Sons Ltd, 2008. 463 p.
10. Quarteroni A., Sacco R., Saleri F. Numerical Mathematics. New York, Berlin, London: Springer Dordrecht Heidelberg, 2012. 588 p.

Інформаційні ресурси

1. Система Wolfram Mathematica [Електронний ресурс]. – Режим доступу: URL : www.wolfram.com/
2. Стандартна бібліотека Python [Електронний ресурс]. – Режим доступу: URL : https://docs.python.org/uk/3/library/index.html#library-index
3. Classroom [Електронний ресурс]. – Режим доступу: URL: https://classroom.google.com/c/NjMyODQ3NTI0Nzc2

Перелік питань для самоконтролю та підсумкового контролю навчальних досягнень студентів

1. Заокруглення в системі з плаваючою крапкою, оцінка похибки.
2. Оцінка похибки обчислення значення функції $y = f(x_1,...,x_n)$.
3. Похибка арифметичних операцій.
4. Метод Ґауса розв'язування СЛАР: алгоритм, умови реалізації, оцінка складності і похибки алгоритму.
5. Метод Ґауса розв'язування СЛАР із вибором головного елемента: умови реалізації, оцінка складності і похибки алгоритму.
6. Метод прогонки для СЛАР із тридіагональними матрицями.
7. Оцінка відносної похибки СЛАР при збуренні правої частини.
8. Методи простої ітерації і Зейделя для СЛАР: алгоритм, швидкість збіжності і точність.
9. Методи Якобі та Ґауса-Зейделя: алгоритм та його реалізація, достатня умова збіжності.
10. Складена квадратурна формула центральних прямокутників та її похибка.
11. Складена квадратурна формула трапецій та її похибка.
12. Складена квадратурна формула Сімпсона.
13. Інтерполяційний многочлен Лагранжа.
14. Поділені різниці. Інтерполяційний многочлен Ньютона.
15. Лінійні інтерполяційні сплайни. Побудова і похибка апроксимації.
16. Кубічні інтерполяційні сплайни. Означення, схема побудови, похибка апроксимації.
17. Середньоквадратичне наближення, метод найменших квадратів. Лінійне і квадратичне наближення.
18. Методи половинного поділу, лінійної інтерполяції і простої ітерації для нелінійних рівнянь.

19. Метод Ньютона для скалярного рівняння: алгоритм, швидкість збіжності, геометрична ілюстрація, точність, умова Фур'є.
20. Алгоритм методу Ньютона для систем нелінійних рівнянь.
21. Різницеві формули для наближеного обчислення першої і другої похідної.
22. Явний метод Ейлера розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних. Обчислення розв'язку, точність, геометрична ілюстрація.
23. Неявний метод Ейлера розв'язування задачі Коші. Обчислення розв'язку.
24. Загальна схема методів Рунге-Кутти розв'язування задачі Коші.
25. Явні методи Рунге-Кутти другого-четвертого порядків розв'язування задачі Коші.
26. Побудова явних і неявних різницевих схем Адамса розв'язування задачі Коші.
27. Лінійна двоточкова крайова задача для диференціального рівняння другого порядку. Побудова різницевої схеми та знаходження її розв'язку.
28. Двоточкова крайова задача для нелінійного диференціального рівняння другого порядку. Побудова різницевої схеми та знаходження її розв'язку

Зарахування результатів неформальної освіти

Можуть бути зараховані з відповідною оцінкою окремі теми або модулі дисципліни «Обчислювальні методи», які студент успішно пройшов на освітніх платформах, оцінені відповідним документом.

Політика академічної доброчесності

Дотримання політики щодо академічної доброчесності учасниками освітнього процесу при вивченні освітнього компонента регламентовано чинними документами ЧНУ:

- "Кодекс академічної доброчесності та етики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича" https://www.chnu.edu.ua/universytet/normatyvni-dokumenty/kodeks-akademichnoi-dobrochesnosti-ta-etyky-chernivetskoho-natsionalnoho-universytetu-imeni-yuriia-fedkovycha/
- "Положення про виявлення та запобігання академічного плагіату у Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича" https://www.chnu.edu.ua/universytet/normatyvni-dokumenty/polozhennia-pro-vyiavlennia-ta-zapobihannia-akademichnomu-plahiatu-u-chernivetskomu-natsionalnomu-universyteti-imeni-yuriia-fedkovycha/
- "Політика використання штучного інтелекту в Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича" https://www.chnu.edu.ua/universytet/normatyvni-dokumenty/polityka-vykorystannia-shtuchnoho-intelektu-v-chernivetskomu-natsionalnomu-universyteti-imeni-yuriia-fedkovycha-zi-zminamy-zatverdzhenymy-vchenoiu-radoiu-chnu-imeni-yuriia-fedkovycha/

Використання здобувачами освіти інструментів штучного інтелекту (ШІ) під час виконання навчальних завдань:

- *допускається* за умови дотримання принципів академічної доброчесності (здобувач освіти несе відповідальність за зміст, достовірність і результати поданої роботи, а у разі використання ШІ зобов'язаний зазначити факт і спосіб його застосування);
- *не допускається* використання ШІ як заміни самостійного виконання завдань або з метою порушення вимог академічної доброчесності;
- *додаткові обмеження чи вимоги* щодо використання ШІ *можуть визначатися* викладачем в освітньому процесі для конкретних видів навчальної діяльності відповідно до особливостей дисципліни.