

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
(повне найменування вищого навчального закладу)
Факультет математики та інформатики
(назва інституту / факультету)

Кафедра прикладної математики та інформаційних технологій
(назва кафедри)

“ЗАТВЕРДЖУЮ”
Деканка факультету математики та
інформатики
Мартинюк О.В.
“__”__ червня__ 2025_ року

РОБОЧА ПРОГРАМА
навчальної дисципліни

Основи математичного аналізу та системного аналізу

(назва навчальної дисципліни)

обов'язкова

(вказати: обов'язкова / вибіркова)

Освітньо-професійна програма Технології програмування та комп'ютерне моделювання

(назва програми)

Спеціальність 113 – Прикладна математика

(вказати: код, назва)

Галузь знань 11 Математика та статистика

(вказати: шифр, назва)

Рівень вищої освіти перший (бакалаврський)

(вказати: перший бакалаврський/другий магістерський)

факультет математики та інформатики

(назва факультету/інституту, на якому здійснюється підготовка фахівців за вказаною освітньо-професійною програмою)

Мова навчання українська

(вказати: на якій мові читається дисципліна)

Чернівці 2025 рік

Робоча програма навчальної дисципліни «Основи математичного моделювання та системного аналізу» складена відповідно до освітньо-професійної програми «Технології програмування та комп'ютерне моделювання».

Розробники: Маценко Василь Григорович доцент, канд. – фіз. мат. наук, доцент.

Погоджено з гарантом ОП _____ Василь МАЦЕНКО

Затверджено на засіданні кафедри прикладної математики та інформаційних технологій
Протокол № 13 від “24 ” червня 2025 року

Завідувач кафедри _____ Ярослав БІГУН

Схвалено методичною радою факультету математики та інформатики
Протокол № 12 від “25” червня 2025 року

Голова методичної ради
факультету математики та інформатики _____ Віра СІКОРА

Затверджено Вченою радою факультету математики та інформатики
Протокол № 13 від “25” червня 2025 року

Голова Вченої ради
факультету математики та інформатики _____ Ольга МАРТИНЮК

Анотація дисципліни (призначення навчальної дисципліни).

Навчальна дисципліна “Основи математичного моделювання та системного аналізу” присвячена вивченню фундаментальних основ теорії математичного моделювання, принципам побудови та дослідження математичних моделей. Методологія математичного моделювання бурно розвивається і охоплює все нові сфери – від технічних систем до складних економічних і соціальних систем. Нині математичне моделювання є універсальним методом пізнання, неминучою складовою науково-технічного прогресу. Побудова математичних моделей здійснюється в усіх спеціальних дисциплінах. Без застосування математичного моделювання ні один технологічний, екологічний чи економічний проект не розглядається. Суть математичного моделювання полягає в тому, що вихідний реальний об’єкт замінюється математичною моделлю і в подальшому ця модель вивчається засобами математики. Робота не з самим об’єктом а з моделлю дає можливість відносно швидко і детально вивчати реальні об’єкти.

1. Мета навчальної дисципліни: “Основи математичного моделювання та системного аналізу”: студенти повинні опанувати проблеми, що виникають при математичному моделюванні, вивчити принципи побудови математичних моделей та методи їх дослідження та застосування. Вони повинні навчитись формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв’язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.

Пререквізити. Для успішного вивчення та засвоєння дисципліни необхідні знання з курсів "Алгебра і геометрія", «Математичний аналіз», «Числові методи», «Теорія ймовірностей та математична статистика», "Програмування".

2. Результати навчання (формулювання результатів навчання у вигляді переліку загальних та фахових компетентностей, програмних результатів відповідно до ОПП):

В результаті вивчення дисципліни студент має набути таких **компетентностей**:

знати: основні поняття математичного моделювання, класифікацію моделей, етапи побудови математичних моделей, методи, принципи побудови дискретних і неперервних математичних моделей об’єктів і процесів та методи їх аналітичного дослідження, методи ідентифікації та агрегування математичних моделей, приклади математичних моделей з різних предметних областей, основні методи системного аналізу.

вміти: застосовувати принципи моделювання для розробки нових моделей об’єктів і процесів інформатизації, виділяти суттєві параметри, змінні для моделі, вести дослідження математичних моделей існуючими алгоритмами та розробляти нові алгоритми, обирати та застосовувати математичні методи для розв’язання прикладних задач, моделювання, аналізу систем,

здійснювати ідентифікацію, верифікацію, агрегування та декомпозицію математичних моделей, за допомогою моделювання одержувати нові знання, формулювати висновки та оцінювати їх адекватність, складність та ефективність, проводити комп'ютерне моделювання та організувати обчислювальний експеримент.

Студент повинен оволодіти програмним матеріалом, виконати дві лабораторних роботи, здати колоквиуми, виконати практичні завдання.

Під час вивчення дисципліни, відповідно до освітньо-професійної програми, формуються наступні

загальні компетентності:

ЗК01. Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК03. Здатність генерувати нові ідеї (креативність).

ЗК04. Здатність бути критичним і самокритичним.

ЗК05. Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.

ЗК07. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

ЗК08. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

фахові компетентності:

ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.

ФК06. Здатність розв'язувати професійні задачі за допомогою комп'ютерної техніки, комп'ютерних мереж та Інтернету, в середовищі сучасних операційних систем, з використанням стандартних офісних додатків.

ФК09. Здатність до проведення математичного і комп'ютерного моделювання, аналізу та обробки даних, обчислювального експерименту, розв'язання формалізованих задач за допомогою спеціалізованих програмних засобів.

ФК13. Здатність зрозуміти постановку завдання, сформульовану мовою певної предметної галузі, здійснювати пошук та збір необхідних вихідних даних.

ФК14. Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.

ФК19. Здатність застосовувати сучасні інформаційні технології для комп'ютерної реалізації математичних моделей.

та отримуються наступні **програмні результати навчання:**

ПРН01. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.

ПРН03. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.

ПРН06. Володіти основними методами розробки дискретних і неперервних математичних моделей об'єктів та процесів, аналітичного дослідження цих моделей на предмет існування та єдиності їх розв'язку

ПРН12. Розв'язувати окремі інженерні задачі та/або задачі, що виникають принаймні в одній предметній галузі: в соціології, економіці, екології та медицині.

ПРН14. Виявляти здатність до самонавчання та продовження професійного розвитку.

ПРН 21. Досліджувати математичні моделі процесів якісними й аналітичними методами, застосовувати програмне забезпечення для їх комп'ютерного моделювання.

3.2. Структура змісту навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усь ого	у тому числі					усь о го	у тому числі				
		л	п	ла б	ін д	с.р .		л	п	лаб	інд	с.р.
	120	30	—	30		90	8	9	10	11	12	13
Теми лекційних занять	Змістовий модуль 1. Основні поняття математичного моделювання та системного аналізу. Принципи та методи математичного моделювання											
Тема 1. Основні положення математичного моделювання. Поняття математичної моделі. Їх роль в науці і техніці.	6	2				4						
Тема 2. Класифікація математичних моделей. Етапи їх побудови. Ідентифікація, агрегування та декомпозиція математичних моделей..	9	3		2		4						
Тема 3. Принципи математичного моделювання. Використання фундаментальних законів, варіаційних методів, ієрархічного підходу, методу аналогій для побудови математичних моделей.	11	3		4		4						
Тема 4. Математичні моделі системи «кулька-пружина».	10	4				6						
Тема 5. Моделі росту. Дискретні моделі популяцій.	17	3		10		4						
Тема 6. Застосування теорії подібності для побудови математичних моделей..	6	2				4						

Разом за ЗМ1	59	17		16		26						
Теми лекційних занять	Змістовий модуль 2. Аналіз моделей. Приклади моделей з різних предметних галузей											
Тема 6. Елементи теорії ідентифікації математичних моделей	10	2		2		6						
Тема 7. Методи дослідження математичних моделей. Асимптотичні методи. Методи усереднення. Числові методи.	10	2		2		6						
Тема 8. Простіші моделі руху тіл.	6	2				4						
Тема 9. Моделі динаміки двовидових популяцій.	19	3		10		6						
Тема 10. Математичне моделювання біомедичних та хімічних процесів.	8	2				6						
Тема 11. Математичні моделі в економіці та інших предметних галузях.	8	2				6						
Разом за ЗМ 2	61	13		14		34						
Усього годин	120	30		30		60						

3.3. Теми лабораторних занять

№	Назва теми	К-ть балів
1	Модуль 1. Моделювання неперервних та дискретних одновидових біологічних систем. Знаходження стаціонарних станів, дослідження їх стійкості. Знаходження в дискретних системах циклів довжиною два, їх стійкість. Комп'ютерне моделювання.	20
2	Модуль 2. Математичне моделювання екологічних двовидових систем. Якісний та комп'ютерний аналіз моделі. Формулювання екологічних висновків.	20

3.4. Самостійна робота

Самостійна робота студентів полягає в детальному та глибокому опрацюванні теоретичного матеріалу, виконанні домашніх завдань, підготовці до виконання лабораторних робіт, розв'язуванні додаткових задач.

3. Зміст завдань самостійної роботи та запитань для самоперевірки її виконання

№	Тема, завдання самостійної роботи	Види діяльності та форми перевірки й оцінювання самостійної роботи
1	<p>Основи математичного моделювання</p> <ul style="list-style-type: none"> • Класифікація математичних моделей.. • Змістовна та концептуальна постановки задач моделювання. • Контроль правильності одержаної математичної моделі. • Вибір методу розв'язування задач. • Реалізація математичної моделі у вигляді програм для ЕОМ. 	опитування на практичному занятті
2	<p>Побудова математичних моделей на основі різних методів. Принцип найкращого благо сприяння. Приклади моделей.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Модель руху променя світла • Модель руху тіла кинутого під кутом до горизонту. • Моделі руху матеріальної точки. 	опитування на практичному занятті
	<p>.Побудова математичних моделей еволюційних процесів.на основі різних методів.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Варіаційний принцип Гамільтона для механічної системи. Загальна схема принципу. Функція Лагранжа. • Побудова простіших моделей. • Модель системи кулька-пружина.. 	опитування на практичному занятті
	<ul style="list-style-type: none"> • Побудова та дослідження моделей динаміки ізольованих популяцій. • Побудова та дослідження дискретних моделей динаміки популяцій. 	опитування на практичному занятті
	<p>Побудова математичних моделей двовидових екологічних моделей: Модель хижак-жертва Віто Вольтерри та модель Колмогорова. Їх дослідження.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Побудова математичних моделей двовидових екологічних моделей: • Модель хижак-жертва Віто Вольтерри та модель Колмогорова. Різні методи їх дослідження. • Побудова та дослідження інших моделей двовидових систем. 	опитування на практичному занятті
	<ul style="list-style-type: none"> • Особливості моделювання біомедичних процесів. Математичні моделі фармакокінетики. • Математичне моделювання розповсюдження епідемій. • Моделі хімічної кінетики. Розрахунок швидкості реакції [4,16] . 	опитування на практичному занятті
	<ul style="list-style-type: none"> • Модель Леонт'єва міжгалузевого балансу.Умови продуктивності матриці. • Спряжена модель Леонт'єва. • Модель бойових дій двох армій. 	опитування на практичному занятті

Самостійна робота студента полягає в опрацюванні лекційного матеріалу, більш детальному розгляді окремих питань курсу, виконанні домашніх завдань, підготовці до лабораторних, лекційних занять і колоквіумів, виконанні лабораторних завдань і формування звітів

Самостійна робота студента загалом складає 60 годин. Розподіл цих годин за видами робіт:

- опрацювання лекційного матеріалу, більш детальний розгляд окремих питань курсу – 10 годин;
- виконання формування звітів до лабораторних завдань – 15 годин;
- підготовка до колоквіумів – 15;
- підготовка до лекційних занять і іспиту – 20 годин.

Оцінювання самостійної роботи студента є складовою частиною оцінювання його виконання його лабораторних робіт.

4. Критерії оцінювання знань на іспиті

1. Оцінювання знань студентів здійснюється на основі результатів поточного та підсумкового контролю. Об'єктом оцінювання є програмний матеріал дисципліни, засвоєння якого і перевіряється даними видами контролю.
2. Поточний контроль здійснюється під час проведення лабораторних занять і написання та захист аналітичних звітів з лабораторних робіт. Завданнями поточного контролю є перевірка рівня розуміння та засвоєння лекційного матеріалу, набуття практичних навичок розв'язування конкретних задач.
3. Завданням підсумкового контролю (іспиту) є перевірка розуміння студентом програмного матеріалу в цілому, здатності успішно розв'язувати поставлені практичні задачі та комплексно використовувати отримані знання.
4. Оцінювання знань здійснюється за 100-бальною шкалою. Результати роботи впродовж навчального семестру оцінюються в ході поточного контролю в діапазоні загалом від 0 до 60 балів, а результати підсумкового контролю (іспиту) оцінюються від 0 до 40 балів.

Поточний контроль										Іспит	Сума
Змістовий модуль 1					Змістовий модуль 2					40	100
T1	T5	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10		
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6		

Впродовж семестру студенти виконують 2 лабораторних роботи (по 20 балів кожна) за змістовими модулями дисципліни.

Екзаменаційний білет (40 балів) складається з 4 питань – 2 теоретичних і 2 практичних завдання. Кожне питання оцінюється по 10 балів. За суттєві помилки в розв'язуванні задачі знімається 5-7 балів. За несуттєві помилки в розв'язуванні

задачі знімається 1-4 бали. Часткове розв'язання задачі із грубими помилками, що не привело до отримання розв'язку, оцінюється не вище 3 балів
Загальна підсумкова оцінка з навчальної дисципліни виставляється за загальною сумою балів, набраних студентом, згідно з наступною таблицею:

Оцінка за національною шкалою	Оцінка за шкалою ECTS	
	Оцінка (бали)	Пояснення за розширеною шкалою
Відмінно	A (90-100)	відмінно
Добре	B (80-89)	дуже добре
	C (70-79)	добре
Задовільно	D (60-69)	задовільно
	E (50-59)	достатньо
Незадовільно	FX (35-49)	(незадовільно)
	F (1-34)	(незадовільно)

Критерії оцінювання знань на іспиті

- Оцінка **“відмінно”**: студент ґрунтовно розуміє теоретичний матеріал. Чітко формулює означення і твердження та обґрунтовує твердження. Здані усі лабораторні роботи (по крайній мірі на оцінку відмінно 75% лабораторних робіт решта на оцінку добре). Розв'язані правильно приклади. Відповідь на питання складає не менше 90 % питань в білеті.
- Оцінка **“добре”**: студент розв'язав приклади, можливі неточності, які істотно не впливають на результат; формулює і розуміє основні поняття і означення; формулює і в основному обґрунтовує твердження; відповідь охоплює не менше 75 % матеріалу питань у білеті. Середня оцінка при здачі лабораторних робіт складає від 7 до 10 балів.
- Оцінка **“задовільно”**: студент володіє основними методами, формулює без істотних помилок основні твердження і обґрунтовує їх, або ілюструє прикладами. Відповідь на питання складає не менше 60 % матеріалу питань у білеті. Складено більше половини лабораторних робіт з середнім балом від 5 до 7.

5. Система контролю та оцінювання. Види та форми контролю

Формами поточного контролю є лабораторні роботи та усна відповідь студента на колоквіумі.

Формами підсумкового контролю є екзамен.

Засоби оцінювання

Засобами оцінювання та демонстрування результатів навчання є:

- контрольні роботи;
- колоквіуми;
- аналітичні звіти з лабораторних робіт;
- презентації результатів виконаних завдань та досліджень;
- студентські презентації та виступи на наукових заходах.

6. Форми поточного та підсумкового контролю

Формами поточного контролю є дві лабораторні роботи, відповідь студента на колоквіумах, поточні опитування.

Формою підсумкового контролю є екзамен.

ЗАРАХУВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НЕФОРМАЛЬНОЇ ОСВІТИ

Відповідно до *«Порядку визнання у Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича результатів навчання, здобутих шляхом неформальної та / або інформальної освіти»* (<https://www.chnu.edu.ua/media/4g5fzssb/poriadok-vyznannia-rezultativ-navchannia-zdobutykh-shliakhom-neformalnoi-ta-abo-informalnoi-osvity.pdf>) у процесі вивчення дисципліни здобувачу освіти може бути зараховано до 25% балів, отриманих за результатами неформальної та / або інформальної освіти з проблем, що відповідають тематиці курсу. Згідно з рішенням кафедри студентам можуть бути зараховані бали за наявності сертифіката про проходження курсів, тренінгів, вебінарів, які відповідають тематиці освітнього компонента.

7. Політика освітнього процесу та академічної доброчесності

Здобувач зобов'язаний своєчасно та якісно виконувати всі отримані завдання; за необхідності, з метою з'ясування всіх незрозумілих під час самостійної та індивідуальної роботи питань, відвідувати консультації викладача. Також студенти зобов'язані дотримуватись правил академічної доброчесності відповідно до «Етичного кодексу ЧНУ».

Політика дотримання академічної доброчесності (відповідно до Закону України «Про освіту») полягає у тому, що викладання навчальної дисципліни ґрунтується на засадах академічної доброчесності – сукупності етичних принципів та визначених законом правил, якими мають керуватися учасники освітнього процесу під час навчання, викладання та провадження наукової (творчої) діяльності з метою забезпечення довіри до результатів навчання та/або наукових (творчих) досягнень. Наявність академічного плагіату в студентських роботах є підставою для виставлення негативної оцінки. Списування студентів під час проходження тестування є підставою для дострокового припинення його складання та виставлення негативної оцінки.

Самостійна робота студента полягає в опрацюванні лекційного матеріалу, більш детальному розгляді окремих питань курсу, виконанні домашніх завдань, підготовці до лабораторних, лекційних занять і колоквіумів, виконанні лабораторних завдань і формування звітів

Дотримання політики щодо академічної доброчесності учасниками освітнього процесу при вивченні навчальної дисципліни регламентовано такими документами:

- «Етичний кодекс Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича» (<https://tinyurl.com/EKChNU>);
- «Положення про виявлення та запобігання академічному плагіату у Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича» (<https://tinyurl.com/PolPlagChNU>).

8. Рекомендована література – основна

1. Маценко В.Г. Математичне моделювання : навч. посібник. – Чернівці : Чернів. нац. ун-т, 2014. – 519 с.
2. Самойленко А.М. та ін. Диференціальні моделі. Стійкість. – К.: Вища школа., 2000. – 329 с.

Допоміжна

3. Хусаїнов Д. Я. та ін. Моделювання динамічних систем. – К.: Київський університет, 2004. – 69 с.
4. Ляшенко І. М., Мукоєд А.П. Моделювання екологічних та біологічних процесів. – К.: Київський університет, 2002. – 340 с.

Інформаційні ресурси

<https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=4290> сторінка курсу в системі moodle ЧНУ

<https://er.nau.edu.ua/bitstream/NAU/37119/> посібник з математичного моделювання

<https://studfile.net/preview/5224089/> сайт з математичного моделювання

Модуль контроль (контрольні питання для самоконтролю та перевірки)

Контрольні питання до модуля 1.

1. Класифікація моделей.
2. Матеріальне моделювання. Його різновиди. Приклади матеріальних моделей.
3. Ідеальне моделювання. Методи ідеального моделювання. Знакове моделювання. Приклади ідеальних моделей.
4. Властивості моделей.
5. Адекватність та ефективність моделей. Приклади адекватних та ефективних моделей.
6. Поняття математичної моделі та математичного моделювання. Приклади математичних моделей.
7. Класифікація математичних моделей в залежності від оператора моделі.
8. Класифікація математичних моделей в залежності від параметрів моделі.
9. Класифікація математичних моделей в залежності від мети моделювання.
10. Етапи побудови математичних моделей. Проілюструвати їх на прикладі.
11. Змістовна та концептуальна постановка задачі. Ілюстрація на прикладі.
12. Які перевірки необхідно виконати для контролю правильності ММ?
13. Верифікація моделі. Її мета. Як перевірити адекватність моделі?
14. Ідентифікація моделей. Її мета. Задачі ідентифікації. Методи ідентифікації. Приклади структурної та параметричної ідентифікації.
15. Агрегування математичних моделей. Задача агрегування. Приклад. Прийоми агрегування (на прикладі екосистем).
16. Декомпозиція математичних моделей. Приклади .
17. Суть системного підходу в моделювання. Методи системного аналізу.
18. Поняття системи. Характеристики системи. Моделі системи.
19. Структура систем. Класифікація систем.
20. Математична модель розпаду радіоактивної речовини.

21. Простіша модель руху ракети.
22. Ієрархія моделей на прикладі ракети.
23. Варіаційний підхід в моделюванні. Його загальна суть. Математична модель руху автомобіля.
24. Побудувати ММ системи „кулька-пружина” на основі фундаментальних законів природи (закон Ньютона, закон збереження енергії).
25. Варіаційний метод Гамільтона. Загальна схема методу. Приклади застосування на системі „кулька-пружина”.
26. Аналіз ММ системи „кулька-пружина” з урахуванням сил тертя.
27. Аналіз ММ системи „кулька-пружина” з урахуванням сил опору.
28. Аналіз ММ системи „кулька-пружина” з урахуванням дії зовнішніх періодичних сил.
29. Аналіз ММ системи „кулька-пружина” з нелінійною пружністю.
30. ММ руху променя світла. Варіаційний метод моделювання.
31. Аналіз ММ системи „кулька-система” з великим опором.
32. Методи знаходження екстремуму функціонала $S(y)$.
33. Критерії подібності їх знаходження. Пі-теорема.
34. Методи ідентифікації моделей. Метод найменших квадратів. Метод передаточних функцій. Статистичні методи ідентифікації.

Контрольні питання до модуля 2.

1. ММ логістичного росту (модель Ферхюльста). Побудова. Дослідження. Висновки.
2. ММ Гомпертса для росту популяції Побудова .Дослідження.
3. ММ ведення бойових дій. Модель Ланчестера. Висновки.
4. ММ руху тіла, кинутого під кутом α до горизонту. Побудова. Дослідження.
5. ММ утворення речовини B , коли в реакцію вступають дві речовини A_1 та A_2 .
6. Модель Вольтерри для системи хижак-жертва. Побудова. Дослідження.
7. Модель Вольтерри з конкуренцією серед жертв. Побудова. Дослідження.
8. Аналіз моделі Колмогорова в околі трьох стаціонарних точок.
9. Математичні моделі трофічної функції.
10. Стабілізація системи в залежності від трофічної функції $V(x)$
11. Спрощення систем методом Пуанкаре. Приклад Дюффінга.
12. Ідея методу Ляпунова- Пуанкаре.
13. Метод усереднення. Приклад рівняння Ван дер Поля.
14. Автомодельні розв'язки та розв'язки типу біжучої хвилі для рівнянь в частинних похідних.
15. Дискретні моделі динаміки популяцій. Модель Рікера.
16. Фармакокінетичні моделі
17. Математичні моделі інфекційних захворювань

Питання до модуль-контроля (екзамену).

1. Класифікація моделей.
2. Матеріальне моделювання. Його різновиди. Приклади матеріальних моделей.
3. Ідеальне моделювання. Методи ідеального моделювання. Знакове моделювання. Приклади ідеальних моделей.
4. Властивості моделей.
5. Адекватність та ефективність моделей. Приклади адекватних та ефективних моделей.
6. Поняття математичної моделі та математичного моделювання. Приклади математичних моделей.

7. Класифікація математичних моделей в залежності від оператора моделі.
8. Класифікація математичних моделей в залежності від параметрів моделі.
9. Класифікація математичних моделей в залежності від мети моделювання.
10. Етапи побудови математичних моделей. Проілюструвати їх на прикладі.
11. Змістовна та концептуальна постановка задачі. Ілюстрація на прикладі.
12. Які перевірки необхідно виконати для контролю правильності ММ?
13. Верифікація моделі. Її мета. Як перевірити адекватність моделі?
14. Ідентифікація моделей. Її мета. Задачі ідентифікації. Методи ідентифікації. Приклади структурної та параметричної ідентифікації.
15. Агрегування математичних моделей. Задача агрегування. Приклад. Прийоми агрегування (на прикладі екосистем).
16. Декомпозиція математичних моделей. Приклади.
17. Критерії подібності їх знаходження. Пі-теорема.
18. Методи ідентифікації моделей. Метод найменших квадратів. Метод передаточних функцій. Статистичні методи ідентифікації.
19. Математична модель розпаду радіоактивної речовини.
20. Простіша модель руху ракети.
21. Ієрархія моделей на прикладі руху ракети.
22. Варіаційний підхід в моделюванні. Його загальна суть. Математична модель руху автомобіля.
23. Побудувати ММ системи „кулька-пружина” на основі фундаментальних законів природи (закон Ньютона, закон збереження енергії).
24. Варіаційний метод Гамільтона. Загальна схема методу. Приклади застосування на системі „кулька-пружина”.
25. Аналіз ММ системи „кулька-пружина” з урахуванням сил тертя.
26. Аналіз ММ системи „кулька-пружина” з урахуванням сил опору.
27. Аналіз ММ системи „кулька-пружина” з урахуванням дії зовнішніх періодичних сил.
28. Аналіз ММ системи „кулька-пружина” з нелінійною пружністю.
29. Методи знаходження екстремуму функціонала $S(y)$.
30. ММ логістичного росту (модель Ферхюльста). Побудова. Дослідження. Висновки.
31. ММ Гомпертса для росту популяції Побудова. Дослідження.
32. ММ ведення бойових дій. Модель Ланчестера. Висновки.
33. ММ руху тіла, кинутого під кутом α до горизонту. Побудова. Дослідження.
34. ММ утворення речовини B , коли в реакцію вступають дві речовини A_1 та A_2 .
35. Модель Вольтерри для системи хижак-жертва. Побудова. Дослідження.
36. Модель Вольтерри з конкуренцією серед жертв. Побудова. Дослідження.
37. Аналіз моделі Колмогорова в околі трьох стаціонарних точок.
38. Математичні моделі трофічної функції.
39. Спрощення систем методом Пуанкаре. Приклад Дюффінга.
40. Ідея методу Ляпунова- Пуанкаре.
41. Метод усереднення. Приклад рівняння Ван дер Поля.
42. Дискретні моделі динаміки популяцій. Модель Ріккера.
43. Фармакокінетичні моделі.
44. Математичні моделі інфекційних захворювань.