Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

Факультет математики та інформатики

Кафедра прикладної математики та інформаційних технологій

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету математики та інформатики

_____ Ольга МАРТИНЮК

"__28__" ____серпня____ 2026 року

РОБОЧА ПРОГРАМА

навчальної дисципліни

Дискретна математика

Обов’язкова навчальна дисципліна

Освітньо-професійна програма Технології програмування та комп’ютерне моделювання

Спеціальність F1 Прикладна математика

Галузь знань F Інформаційні технології

Рівень вищої освіти перший (бакалаврський)

Факультет математики та інформатики

Мова навчання українська

Чернівці, 2026 рік

Робоча програма навчальної дисципліни "Дискретна математика" **складена відповідно до** освітньо-професійної програми "Технології програмування та комп'ютерне моделювання" першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальністю "F1 Прикладна математика" галузі знань "F Інформаційні технології".

Розробник:

Філіпчук Микола Петрович, доцент кафедри прикладної математики та інформаційних технологій, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Викладач, що забезпечує читання даної навчальної дисципліни:

Філіпчук Микола Петрович, доцент кафедри прикладної математики та інформаційних технологій, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Погоджено з гарантом ОП _____ **Василь МАЦЕНКО**

Затверджено на засіданні кафедри прикладної математики та інформаційних технологій

Протокол № 2 від 28 серпня 2026 року

Завідувач кафедри _____ **Ярослав БІГУН**

Схвалено методичною радою факультету математики та інформатики

Протокол № 1 від 28 серпня 2026 року

Голова методичної ради _____ **Тоня ФРАТАВЧАН**

МЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою дисципліни "Дискретна математика" є розгляд фундаментальних об’єктів, структур і моделей сучасного дискретного аналізу, а також підходів і методів розв’язування типових прикладних задач теорії множин, комбінаторного аналізу та теорії графів.

Завданнями вивчення дисципліни є:

- вивчення базових понять теорії множин, операцій над множинами, формул включення-виключення, декартового добутку множин, бінарних відношень, методів розв’язування відповідних типових задач;
- вивчення базових понять комбінаторики, комбінаторних вибірок з повтореннями та без повторень, формули бінома Ньютона та поліноміальної формули, методів розв’язування відповідних типових задач;
- вивчення базових понять теорії графів, матричного задання графів, ейлерових і гамільтонових ланцюгів та циклів у графах, дерева та лісу, мінімального остовного дерева, методів розв’язування відповідних типових прикладних задач.

Знання, які студент отримає в результаті вивчення даної дисципліни, відіграватимуть важливу роль у процесі його професійного формування та зростання, а також вони є необхідною основою для вивчення деяких інших фахових дисциплін.

ПРЕРЕКВІЗИТИ

Вивчення дисципліни передбачає виключно добре знання шкільного курсу елементарної математики.

РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

В результаті вивчення дисципліни студент має набути таких **компетентностей:**

знати: відповідний теоретичний матеріал в межах програми курсу – формулювання означень, формулювання та обґрунтування теоретичних фактів (тверджень, лем, теорем, наслідків) і відповідних алгоритмів, їх ілюстрування конкретними прикладами;

вміти:

- розв’язувати типові задачі, пов’язані з базовими поняттями теорії множин, операціями над множинами, формулами включення-виключення, декартовим добутком множин, бінарними відношеннями;

- розв’язувати типові задачі, пов’язані з базовими поняттями комбінаторики, комбінаторними вибірками з повтореннями та без повторень, формулою бінома Ньютона та поліноміальною формулою;
- розв’язувати типові задачі, пов’язані з базовими поняттями теорії графів, матричним заданням графів, ейлеровими та гамільтоновими ланцюгами і циклами у графах, деревом і лісом, мінімальним остовним деревом.

Під час вивчення дисципліни, відповідно до освітньо-професійної програми, формуються наступні

загальні компетентності:

ЗК01. Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;
ЗК02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
ЗК03. Здатність генерувати нові ідеї (креативність);
ЗК05. Здатність проведення досліджень на відповідному рівні;
ЗК06. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
ЗК08. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності;

фахові компетентності:

ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем;
ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі;
ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв’язання прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень;
ФК13. Здатність зрозуміти постановку завдання, сформульовану мовою певної предметної галузі, здійснювати пошук та збір необхідних вихідних даних;

та отримуються наступні **програмні результати навчання:**

ПРН01. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці;
ПРН04. Виконувати математичний опис, аналіз та синтез дискретних об’єктів та систем, використовуючи поняття й методи дискретної математики та теорії алгоритмів.

ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Загальна інформація

Форма навчання	Рік підготовки	Семестр	Кількість		Кількість годин						Вид підсум-кового контролю
			кредитів	годин	лекції	практичні	семінарські	лабораторні	самостійна робота	індивідуальні завдання	
Денна	1	1	4.5	135	30	30	–	–	75	–	залік
Заочна	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–

Структура змісту навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем навчальних занять	Кількість годин											
	денна форма						Заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	с.р.		л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Змістовий модуль 1. ***Множини та відношення***												
Тема 1. Множини. Операції над множинами	9	2	2	–	–	5	–	–	–	–	–	–
Тема 2. Формули включення-виключення	9	2	2	–	–	5	–	–	–	–	–	–
Тема 3. Декартовий добуток множин. Бінарні відношення	9	2	2	–	–	5	–	–	–	–	–	–
Тема 4. Спеціальні бінарні відношення	9	2	2	–	–	5	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 1	36	8	8	–	–	20	–	–	–	–	–	–
Змістовий модуль 2. *Комбінаторика*												
Тема 1. Загальні правила комбінаторики	9	2	2	–	–	5	–	–	–	–	–	–

Тема 2. Вибірки без повторень	9	2	2	–	–	5	–	–	–	–	–	–
Тема 3. Вибірки з повтореннями	9	2	2	–	–	5	–	–	–	–	–	–
Тема 4. Формула бінома Ньютона. Поліноміальна формула	9	2	2	–	–	5	–	–	–	–	–	–
Тема 5. Комбінаторні рівняння	9	2	2	–	–	5	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 2	45	10	10	–	–	25	–	–	–	–	–	–
Змістовий модуль 3. ***Графи***												
Тема 1. Основні поняття теорії графів	9	2	2	–	–	5	–	–	–	–	–	–
Тема 2. Матричне задання графів	9	2	2	–	–	5	–	–	–	–	–	–
Тема 3. Ейлерові ланцюги та цикли	9	2	2	–	–	5	–	–	–	–	–	–
Тема 4. Гамільтонові ланцюги та цикли	9	2	2	–	–	5	–	–	–	–	–	–
Тема 5. Дерево та ліс	9	2	2	–	–	5	–	–	–	–	–	–
Тема 6. Мінімальне остовне дерево	9	2	2	–	–	5	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 3	54	12	12	–	–	30	–	–	–	–	–	–
Усього годин	135	30	30	–	–	75	–	–	–	–	–	–

Тематика лекційних занять з переліком питань

№ з/п	Назва теми	Основні питання
Змістовий модуль 1. ***Множини та відношення***		
1	Множини. Операції над множинами	Множини та способи їх задання. Підмножина і власна підмножина. Порожня та універсальна множини. Рівність множин. Діаграми Ейлера-Венна. Операції над множинами та їх властивості.

2	Формули включення-виключення	Потужність множини. Скінченні та нескінченні множини. Формули включення-виключення для двох, трьох та *n* множин.
3	Декартовий добуток множин. Бінарні відношення	Декартовий добуток множин. Декартовий степінь множини. Бінарні відношення (БВ), способи їх задання. Доповнення БВ, обернене БВ. Добуток (композиція) БВ. Властивості БВ.
4	Спеціальні бінарні відношення	Відношення еквівалентності. Розбиття множини на систему класів еквівалентності. Відношення порядку. Відношення нестрогого та строгого порядків. Відношення лінійного порядку.
Змістовий модуль 2. *Комбінаторика*		
1	Загальні правила комбінаторики	Загальні правила комбінаторики. Узагальнене правило суми та основний принцип комбінаторики. Вибірки. Класифікація вибірок.
2	Вибірки без повторень	Сполуки, розміщення та перестановки. Властивості сполук.
3	Вибірки з повтореннями	Сполуки з повтореннями, розміщення з повтореннями та перестановки з повтореннями. Комбінаторні тлумачення чисел $\overline{C}_n^k$, $\overline{A}_n^k$, $P_n(n_1,...,n_k)$.
4	Формула бінома Ньютона. Поліноміальна формула	Формула бінома Ньютона (ФБН), трикутник Паскаля. Властивості розкладу бінома та біноміальних коефіцієнтів. Поліноміальна формула (ПФ) та її властивості. ФБН як частковий випадок ПФ.
5	Комбінаторні рівняння	Комбінаторні рівняння та методи їх розв’язування.
Змістовий модуль 3. *Графи*		
1	Основні поняття теорії графів	Означення графа, базові поняття теорії графів. Орграфи. Ізоморфізм графів. Повні, плоскі та навантажені графи.
2	Матричне задання графів	Матриці інцидентності та суміжності графа, їх властивості.
3	Ейлерові ланцюги та цикли	Маршрути, ланцюги та цикли. Задача про кенігсберзькі мости, ейлерові ланцюги та цикли.
4	Гамільтонові ланцюги та цикли	Задача комівояжера, гамільтонові ланцюги та цикли.
5	Дерево та ліс	Дерево та ліс, їх властивості. Теорема Келі.
6	Мінімальне остовне дерево	Остовне дерево графа та його властивості. Мінімальне остовне дерево графа, його властивості й алгоритми побудови.

Тематика семінарських занять з переліком питань

Семінарські заняття з даної навчальної дисципліни навчальним планом не передбачені.

Тематика практичних занять з переліком питань

№ з/п	Назва теми	Основні питання
Змістовий модуль 1. ***Множини та відношення***		
1	Множини. Операції над множинами	Розв’язування типових задач [5]
2	Формули включення-виключення	Розв’язування типових задач [5]
3	Декартовий добуток множин. Бінарні відношення	Розв’язування типових задач [5]
4	Спеціальні бінарні відношення	Розв’язування типових задач [5]
Змістовий модуль 2. *Комбінаторика*		
1	Загальні правила комбінаторики	Розв’язування типових задач [5]
2	Вибірки без повторень	Розв’язування типових задач [5]
3	Вибірки з повтореннями	Розв’язування типових задач [5]
4	Формула бінома Ньютона. Поліноміальна формула	Розв’язування типових задач [5]
5	Комбінаторні рівняння	Розв’язування типових задач [5]
Змістовий модуль 3. *Графи*		
1	Основні поняття теорії графів	Розв’язування типових задач [5]
2	Матричне задання графів	Розв’язування типових задач [5]
3	Ейлерові ланцюги та цикли	Розв’язування типових задач [5]
4	Гамільтонові ланцюги та цикли	Розв’язування типових задач [5]
5	Дерево та ліс	Розв’язування типових задач [5]
6	Мінімальне остовне дерево	Розв’язування типових задач [5]

Тематика лабораторних занять з переліком питань

Лабораторні заняття з даної навчальної дисципліни навчальним планом не передбачені.

Індивідуальні науково-дослідні завдання (ІНДЗ)

ІНДЗ з даної навчальної дисципліни не передбачені.

Завдання для самостійної роботи студентів

№ з/п	Назва теми	Завдання для самостійної роботи	К-сть годин
Змістовий модуль 1. ***Множини та відношення***			
1	Множини. Операції над множинами	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (розв’язування задач [5])	5
2	Формули включення-виключення	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання	5

		(розв’язування задач [5])	
3	Декартовий добуток множин. Бінарні відношення	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (розв’язування задач [5])	5
4	Спеціальні бінарні відношення	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (розв’язування задач [5])	5
Змістовий модуль 2. *Комбінаторика*			
1	Загальні правила комбінаторики	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (розв’язування задач [5])	5
2	Вибірки без повторень	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (розв’язування задач [5])	5
3	Вибірки з повтореннями	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (розв’язування задач [5])	5
4	Формула бінома Ньютона. Поліноміальна формула	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (розв’язування задач [5])	5
5	Комбінаторні рівняння	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (розв’язування задач [5])	5
Змістовий модуль 3. *Графи*			
1	Основні поняття теорії графів	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (розв’язування задач [5])	5
2	Матричне задання графів	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (розв’язування задач [5])	5
3	Ейлерові ланцюги та цикли	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (розв’язування задач [5])	5
4	Гамільтонові ланцюги та цикли	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (розв’язування задач [5])	5
5	Дерево та ліс	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (розв’язування задач [5])	5
6	Мінімальне остовне дерево	Опрацювання теоретичного матеріалу, виконання домашнього завдання (розв’язування задач [5])	5

Самостійна робота студента полягає в опрацюванні лекційного матеріалу, більш детальному розгляді окремих питань курсу, виконанні домашніх завдань, підготовці до практичних, лекційних та контрольних занять.

Самостійна робота студента загалом складає 75 годин. Розподіл цих годин за видами робіт:

- опрацювання лекційного матеріалу, більш детальний розгляд окремих питань курсу – 25 годин;

- виконання домашніх завдань – 25 годин;
- підготовка до практичних і лекційних занять, контрольних занять і заліку – 25 годин.

Оцінювання самостійної роботи студента є складовою частиною оцінювання його модульних контрольних робіт.

МЕТОДИ НАВЧАННЯ

Методи, що використовуються у освітньому процесі:

- методи формування професійної компетентності – пояснення, демонстрація, візуалізація;
- методи формування практичних умінь та навичок – розв'язування задач, виконання практичних завдань.

СИСТЕМА КОНТРОЛЮ ТА ОЦІНЮВАННЯ

Методами та формами поточного контролю є:

- усні поточні опитування;
- перевірка виконання домашніх завдань і самостійної роботи;
- письмові модульні контрольні роботи.

Формою підсумкового контролю є письмовий залік.

ПОЛІТИКА ОСВІТНЬОГО ПРОЦЕСУ

Політика щодо відвідування. Відвідування занять є обов'язковим. За наявності поважних причин (хвороба, індивідуальний графік навчання) навчання, за погодженням із викладачем, може відбуватись у змішаній (очно-дистанційній) формі. За необхідності, з метою з'ясування всіх незрозумілих під час самостійної роботи питань, потрібно відвідувати консультації викладача.

Політика щодо академічної доброчесності. Студент зобов'язаний самостійно, своєчасно та добросовісно виконувати усі отримані завдання, дотримуючись принципів академічної доброчесності. Під час проведення контрольних заходів заборонені використання сторонньої допомоги, навчальної літератури, конспектів, мобільних пристроїв, інших джерел інформації.

Політика щодо дедлайнів та перескладання. Якщо студент був відсутній на заняттях (з будь-якої причини), він повинен самостійно опрацювати пропущений матеріал та прозвітувати викладачу про виконання відповідних завдань у встановлені ним терміни під час консультацій. Якщо студент з поважної причини пропустив модульну контрольну роботу, він може з дозволу викладача

виконати її під час консультації. Відсутність студента на контрольній роботі без поважної причини відповідає оцінці «0 балів», тобто призводить до заборгованості, яка повинна бути ліквідована студентом до початку підсумкового контролю з наступного модуля. Кінцевий термін ліквідації заборгованості з модульного контролю обмежується початком заліково-екзаменаційної сесії. Завдання, які здаються невчасно без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку (від -10% до -50% від максимальної кількості балів – залежно від терміну затримки здачі). Перескладання модульних контрольних робіт не дозволяється. Складання (перескладання) заліку відбувається за встановленим деканатом розкладом.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ПОТОЧНОГО ТА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ

Оцінювання знань студентів здійснюється на основі результатів поточного та підсумкового контролю. Об'єктом оцінювання є програмний матеріал дисципліни, засвоєння якого і перевіряється даними видами контролю.

Поточний контроль здійснюється під час проведення практичних занять і за допомогою написання модульних контрольних робіт. Завданнями поточного контролю є перевірка рівня розуміння та засвоєння лекційного матеріалу, набуття практичних навичок розв'язування конкретних задач.

Завданням підсумкового контролю (заліку) є перевірка розуміння студентом програмного матеріалу в цілому, здатності успішно розв'язувати поставлені практичні задачі та комплексно використовувати отримані знання.

Оцінювання знань здійснюється за 100-бальною шкалою. Результати роботи впродовж навчального семестру оцінюються в ході поточного контролю в діапазоні загалом від 0 до 60 балів, а результати підсумкового контролю (заліку) оцінюються від 0 до 40 балів.

Розподіл балів з навчальної дисципліни

Поточний контроль															Залік	Сума
Змістовий модуль 1				Змістовий модуль 2					Змістовий модуль 3						40	100
Т1	Т2	Т3	Т4	Т1	Т2	Т3	Т4	Т5	Т1	Т2	Т3	Т4	Т5	Т6		
5	5	5	5	4	4	4	4	4	3	3	4	3	3	4		

Впродовж семестру студенти виконують 3 контрольні роботи (по 20 балів кожна) за змістовими модулями дисципліни, причому у кожній роботі 5 балів відведено на оцінювання самостійної роботи.

Білет заліку (40 балів) складається з одного теоретичного питання на 10 балів та 3 задач по 10 балів. За суттєві помилки в формулюванні понять, означень і фактів, а також в обгрунтуванні та поясненні результатів, у відповіді на теоретичне питання білету знімається 5-7 балів. За несуттєві помилки в формулюванні понять, означень і фактів, а також в обгрунтуванні та поясненні результатів, знімається 1-4 бали. Часткова відповідь на теоретичне питання, в якій немає повного розуміння понять, означень і фактів, відсутні обгрунтування та пояснення, оцінюється не вище 3 балів. За суттєві помилки в розв'язуванні задачі знімається 5-7 балів. За несуттєві помилки в розв'язуванні задачі знімається 1-4 бали. Часткове розв'язання задачі із грубими помилками, що не привело до отримання розв'язку, оцінюється не вище 3 балів.

Загальна підсумкова оцінка з навчальної дисципліни виставляється за загальною сумою балів, набраних студентом, згідно з наступною таблицею:

Шкала оцінювання: національна та ЄКТС

Оцінка за національною шкалою	**Оцінка за шкалою ЄКТС**	
	Оцінка (бали)	**Пояснення за розширеною шкалою**
Зараховано	**A** (90-100)	відмінно
	B (80-89)	дуже добре
	C (70-79)	добре
	D (60-69)	задовільно
	E (50-59)	достатньо
Не зараховано	**FX** (35-49)	(не зараховано) з можливістю повторного складання
	F (0-34)	(не зараховано) з обов'язковим самостійним опрацюванням освітнього компонента до перескладання

ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ ТА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ СТУДЕНТІВ

Теоретичні питання

1. Інтуїтивне поняття множини. Способи задання множини. Означення підмножини і власної підмножини. Порожня та універсальна множини. Рівність множин. Діаграми Ейлера-Венна. Приклади.

2. Операції над множинами та їх властивості. Приклади.
3. Потужність множини. Скінченні та нескінченні множини. Формули включення-виключення для двох, трьох та *n* множин. Приклади.
4. Декартовий добуток двох та *n* множин. Декартовий степінь множини. Приклади.
5. Бінарне відношення між елементами двох множин та на множині. Порожнє, універсальне та діагональне бінарні відношення. Способи задання бінарного відношення (явний спосіб, неявний спосіб, матричний спосіб, діаграма Хассе). Приклади.
6. Область визначення та область значень бінарного відношення. Доповнення бінарного відношення. Обернене бінарне відношення. Добуток (композиція) бінарних відношень. Приклади.
7. Рефлексивне, антирефлексивне, симетричне, антисиметричне, транзитивне бінарні відношення. Приклади.
8. Бінарне відношення еквівалентності. Клас еквівалентності елемента. Розбиття множини на систему класів еквівалентності. Бінарне відношення порядку. Бінарне відношення нестрогого порядку. Бінарне відношення строгого порядку. Бінарне відношення лінійного порядку. Приклади.
9. Загальні правила комбінаторики. Узагальнене правило суми та основний принцип комбінаторики. Приклади.
10. Вибірки. Класифікація вибірок. Приклади.
11. Сполуки. Теорема про кількість всеможливих сполук. Властивості сполук. Приклади.
12. Розміщення. Теорема про кількість всеможливих розміщень. Приклади.
13. Перестановки. Теорема про кількість всеможливих перестановок. Приклади.
14. Сполуки з повтореннями. Теорема про кількість всеможливих сполук з повтореннями. Комбінаторні тлумачення числа $\overline{C}_n^k$. Приклади.
15. Розміщення з повтореннями. Теорема про кількість всеможливих розміщень з повтореннями. Комбінаторне тлумачення числа $\overline{A}_n^k$. Приклади.
16. Перестановки з повтореннями. Теорема про кількість всеможливих перестановок з повтореннями. Комбінаторне тлумачення числа $P_n(n_1,\ldots,n_k)$. Приклади.
17. Формула бінома Ньютона. Трикутник Паскаля. Властивості розкладу бінома та біноміальних коефіцієнтів. Кількість всеможливих підмножин скінченної множини. Приклади.
18. Поліноміальна формула та її властивості. Формула бінома Ньютона як частковий випадок поліноміальної формули. Приклади.
19. Комбінаторні рівняння та методи їх розв'язування.
20. Означення графа (неорієнтованого графа). Інцидентність вершин і ребер, суміжність вершин. Кратні ребра та петлі. Ізольовані вершини. Порожній граф, мультиграф. Скінченні та нескінченні графи. Приклади.
21. Орієнтоване ребро. Означення орієнтованого графа (орграфа). Канонічна відповідність між неорієнтованим і орієнтованим графом. Ізоморфізм графів. Повні, плоскі та навантажені графи. Приклади.
22. Частина графа, підграф, суграф, покриваючий суграф. Підрозбиття графів, гомеоморфізм графів. Локальні степені вершин графа. Приклади.
23. Матриця інцидентності для неорієнтованого та орієнтованого графів, її властивості. Приклади.
24. Матриця суміжності для неорієнтованого та орієнтованого графів, її властивості. Приклади.
25. Маршрут і його довжина, ланцюг, простий ланцюг, цикл та простий цикл у графі. Зв'язні графи та зв'язні компоненти графа. Приклади.
26. Задача про кенігсберзькі мости, її формулювання в термінах графа. Ейлерові ланцюги, цикли та графи. Теорема Ейлера та наслідки з неї. Приклади.

27. Ейлеровість орієнтованого графа. Існування ейлерового ланцюга в неорієнтованому графі, наслідок. Існування ейлерового ланцюга в орієнтованому графі. Приклади.
28. Задача комівояжера. Гамільтонові ланцюги, цикли та графи. Достатні умови існування гамільтонового циклу в графі. Приклади.
29. Операція вилучення ребра. Міст, ознаки моста. Дерево та ліс. Теореми про зв'язність дерева, властивість ребер, співвідношення між кількістю вершин та ребер. Теорема Келі. Приклади.
30. Остовне дерево графа, його властивості. Мінімальне остовне дерево графа, його властивості. Задачі, що приводять до пошуку мінімального остовного дерева графа. Приклади.
31. Алгоритми Пріма та Крускала побудови мінімального остовного дерева графа. Приклади.

Типові задачі, які треба вміти розв'язувати

1. Задано підмножини A, B, C множини арабських цифр $\{0,1,2,\ldots,9\}$. Знайти множини $D = (\overline{C \setminus B}) \cap A$, $E = A \Delta (B \cup C)$.
$$A = \{1,2,5,6,9\},\ B = \{1,2,4,5,6\},\ C = \{0,2,5,7,9\}.$$
2. Графічним методом перевірити, чи має місце рівність:
$$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus (A \setminus C).$$
3. Методом еквівалентних перетворень довести рівність:
   а) $(A \setminus B) \setminus (\overline{A} \setminus B) = A \setminus B$.
   б) $(A \cap B) \Delta (B \setminus A) = B$.
4. Скільки натуральних чисел із першої сотні ($\{1,2,3,\ldots,100\}$) не діляться на жодне із чисел 2, 3, 5?
5. Серед абітурієнтів, які склали вступні іспити до вузу, оцінку "5" отримали: з математики – 48, з фізики – 37, з української мови – 42, з математики або фізики – 75, з математики або української мови – 76, з фізики або української мови – 66, з усіх трьох предметів – 4. Скільки абітурієнтів отримали хоча б одну п'ятірку? Скільки з них отримали рівно одну п'ятірку? А рівно дві п'ятірки?
6. Задано бінарне відношення R між елементами множин $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ і $B = \{2,9,11,17,18,19,20\}$. Задати його переліком відповідних пар, побудувати матрицю відношення та діаграму Хассе.
$$R = \{(x,y) : x \in A, y \in B,\ y \vdots x\}$$
7. Для заданого бінарного відношення R знайти область визначення D_R, область значень E_R, обернене відношення R^{-1} та доповнення $\overline{R}$.
   а) $A = \{1,2,3,4,5\}$, $B = \{1,2,3,4\}$, $R = \{(2,2),(2,3),(2,4),(3,3),(3,4),(4,3),(4,4),(1,4)\}$;
   б) $R = \{(x,y) : x,y \in \mathbb{N},\ x + y \le 10\}$.
8. Задано бінарні відношення $R_1 = \{(1,3),(3,5),(4,2)\}$ і $R_2 = \{(1,1),(2,4),(3,5),(5,5)\}$. Знайти відношення $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, $R_1 \setminus R_2$, $R_2 \setminus R_1$, $R_1 \Delta R_2$, R_1^{-1}, R_2^{-1}, $R_1 \circ R_2$, $R_2 \circ R_1$, $R_1^{-1} \circ R_2$, $R_1 \circ R_2^{-1}$, $R_1^{-1} \circ R_2^{-1}$.
9. Дослідити бінарне відношення $R = \{(1,1),(1,4),(2,3),(3,3),(4,1),(4,2)\}$ на множині $A = \{1,2,3,4\}$ на наявність кожної із можливих властивостей (рефлексивність, антирефлексивність, симетричність, антисиметричність, транзитивність).
10. Довести, що на множині $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ бінарне відношення $R = \{(a,b) : a,b \in A,\ a\ i\ b - \textit{мають однакову кількість натуральних дільників}\}$ є відношенням еквівалентності. Знайти класи еквівалентності елементів і розбиття

множини A на систему класів.

11. Довести, що на множині $A=\{1,2,3,4\}$ бінарне відношення $R=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(2,2),(2,3),(2,4),(3,3),(4,3),(4,4)\}$ є відношенням нестрогого порядку. Вказати цей порядок.
12. Скільки цілих невід'ємних чотиризначних чисел, у яких всі цифри різні і серед них обов'язково присутня цифра 3, можна скласти з цифр 0-5? Ця ж сама задача, але без вимоги, що цифри у числі мають бути різними?
13. Обчислити значення виразу: $\overline{A}_2^3 - P_5(1,2,2) + \overline{C}_3^4 + A_4^2 - C_4^3$.
14. Скількома способами із неповної колоди (36 карт) можна витягнути 5 карт так, щоб серед них були король, дама і валет однієї масті?
15. Із групи, що містить 7 чоловіків і 4 жінки, треба вибрати 6 осіб так, щоб серед них було не менше 2 жінок. Скількома способами це можна зробити?
16. Скільки різних дільників має число 2310?
17. Скількома способами можна впорядкувати множину {1,2,3,4,5} так, щоб усі парні цифри стояли поряд? А впорядкувати так, щоб усі непарні цифри стояли поряд?
18. Скільки цілих невід'ємних семизначних чисел, у яких всі цифри різні і всі парні цифри не стоять одночасно поруч, можна скласти з цифр 1-7?
19. Скільки цілих невід'ємних шестизначних чисел, у яких всі цифри різні і серед них обов'язково присутні 1, 3, 7, можна скласти з цифр 1-9? А з цифр 0-9?
20. Скільки цілих невід'ємних чисел, менших за мільйон, можна скласти з цифр 7, 8, 9? А з цифр 7, 8, 9, 0?
21. Скільки різних неправильних дробів (у яких чисельник ≥ знаменника) можна скласти з чисел 3, 5, 7, 8, 11, 13, 17?
22. Скільки різних «слів» можна отримати, переставляючи букви в слові «алкоголік»?
23. Скільки різних «слів», у яких друга, п'ята і восьма букви – голосні, можна отримати, переставляючи букви в слові «арккосинус»?
24. Скількома способами 6 різних апельсинів можна роздати 3 студентам? А роздати так, щоб кожен студент отримав 2 апельсини?
25. Скількома способами 6 однакових апельсинів можна роздати 3 студентам? А роздати так, щоб кожен студент отримав 2 апельсини?
26. Розв'язати рівняння:

$$30\,C_{x-3}^{6} = 19\,A_{x-4}^{4}.$$

27. Граф задається матрицею інцидентності. Зобразити граф. Дослідити наявність у графі кратних ребер, петель та ізольованих вершин. З'ясувати, чи існує у ньому ейлеровий цикл або ейлеровий ланцюг (якщо існує, вказати його). Побудувати матрицю суміжності графа.

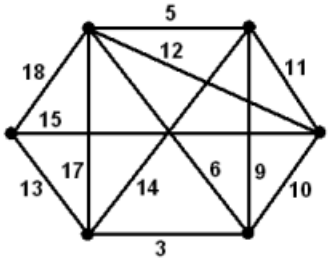
а) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

28. Граф задається матрицею суміжності. Зобразити граф. Дослідити наявність у графі кратних ребер, петель та ізольованих вершин. З'ясувати, чи існує у ньому ейлеровий цикл або ейлеровий ланцюг (якщо існує, вказати його). Визначити локальні степені

вершин графа. Побудувати матрицю інцидентності графа.

а) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ в) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

29. Побудувати мінімальне остовне дерево заданого графа за допомогою алгоритмів Пріма і Крускала та знайти його вагу.



ЗАРАХУВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НЕФОРМАЛЬНОЇ ОСВІТИ

Визнання й зарахування результатів навчання, здобутих шляхом неформальної та/або інформальної освіти, здійснюється згідно з чинним «Порядком визнання у Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича результатів навчання, здобутих шляхом неформальної та/або інформальної освіти»: https://www.chnu.edu.ua/universytet/normatyvni-dokumenty/poriadok-vyznannia-u-chernivetskomu-natsionalnomu-universyteti-imeni-yuriia-fedkovycha-rezultativ-navchannia-zdobutykh-shliakhom-neformalnoi-taabo-informalnoi-osvity/.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Основна

1. Нікольський Ю.В., Пасічник В.В., Щербина Ю.М. Дискретна математика. Підручник. – Львів: ПП "Магнолія 2006 "; ЛНУ ім. Івана Франка, 2023. – 432 с.
2. Борисенко О.А. Дискретна математика. Підручник. – Суми: Університетська книга, 2023. – 255 с.
3. Матвієнко М.П. Дискретна математика. Підручник. – К.: Видавництво "Ліра-К", 2019. – 324 с.
4. Журавчак Л.М. Дискретна математика для програмістів. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2019. – 420 с.

5. Філіпчук М.П. Практикум з дискретної математики: навчальний посібник. – Чернівці: ЧНУ, 2024. – 228 с.
https://archer.chnu.edu.ua/xmlui/handle/123456789/10265
6. Дискретна математика. Методичні вказівки до вивчення дисципліни. Частина I / Укл.: Філіпчук М.П. – Чернівці, 2020. – 60 с.
7. Дискретна математика. Методичні вказівки до вивчення дисципліни. Частина II / Укл.: Філіпчук М.П. – Чернівці, 2020. – 72 с.

Додаткова (допоміжна)

8. Кривий С.Л. Дискретна математика. Підручник. – Чернівці-Київ: Видавничий дім "Букрек", 2020. – 568 с.
9. Кривий С.Л. Збірник задач з дискретної математики. – Чернівці-Київ: Видавничий дім "Букрек", 2018. – 456 с.
10. Базилевич Л.Є. Дискретна математика у прикладах і задачах. Підручник. – Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2013. – 487 с.
11. Висоцька В.А., Литвин В.В., Лозинська О.В. Дискретна математика. Практикум. – Львів: Видавництво "Новий Світ - 2000", 2020. – 575 с.
12. Манзій О.С., Тесак І.Є., Кавалець І.І., Чарковська Н.В. Дискретна математика. Практикум. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2016. – 212 с.
13. Бардачов Ю.М., Соколова Н.А., Ходаков В.Є. Дискретна математика. Підручник. – Київ: Вища школа, 2007. – 382 с.
14. Бондаренко М.Ф., Білоус Н.В., Руткас А.Г. Комп’ютерна дискретна математика. Підручник. – Харків: "Компанія СМІТ", 2004. – 480 с.

ІНФОРМАЦІЙНІ РЕСУРСИ

1. Електронний курс в системі Moodle:
https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=7592.
2. Електронний курс в системі Google Classroom:
https://classroom.google.com/c/NjIxMTg0NzU3MTgy.
3. Філіпчук М.П. Практикум з дискретної математики: навчальний посібник. – Чернівці: ЧНУ, 2024. – 228 с.
https://archer.chnu.edu.ua/xmlui/handle/123456789/10265

ПОЛІТИКА АКАДЕМІЧНОЇ ДОБРОЧЕСНОСТІ

Дотримання політики щодо академічної доброчесності учасниками освітнього процесу при вивченні навчальної дисципліни регламентовано чинними документами ЧНУ:

- «Кодекс академічної доброчесності та етики Чернівецького національного

університету імені Юрія Федьковича»
(https://www.chnu.edu.ua/universytet/normatyvni-dokumenty/kodeks-akademichnoi-dobrochesnosti-ta-etyky-chernivetskoho-natsionalnoho-universytetu-imeni-yuriia-fedkovycha/);

- «Положення про виявлення та запобігання академічному плагіату у Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича»
(https://www.chnu.edu.ua/universytet/normatyvni-dokumenty/polozhennia-pro-vyiavlennia-ta-zapobihannia-akademichnomu-plahiatu-u-chernivetskomu-natsionalnomu-universyteti-imeni-yuriia-fedkovycha/);
- «Політика використання штучного інтелекту в Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича»
(https://www.chnu.edu.ua/universytet/normatyvni-dokumenty/polityka-vykorystannia-shtuchnoho-intelektu-v-chernivetskomu-natsionalnomu-universyteti-imeni-yuriia-fedkovycha/).

Використання здобувачами освіти інструментів штучного інтелекту (ШІ) під час виконання навчальних завдань:

- *допускається за умови* дотримання принципів академічної доброчесності (здобувач освіти несе відповідальність за зміст, достовірність і результати поданої роботи, а у разі використання ШІ зобов'язаний зазначити факт і спосіб його застосування);
- *не допускається* використання ШІ як заміни самостійного виконання завдань або з метою порушення вимог академічної доброчесності;
- *додаткові обмеження чи вимоги* щодо використання ШІ *можуть визначатися* викладачем в освітньому процесі для конкретних видів навчальної діяльності відповідно до особливостей дисципліни.