

DOI: <https://doi.org/10.31861/bmj2026.01.05>

МАРТИНЮК С. В., СИДОРА М. І.

**ІНТЕГРУВАННЯ БЕЗПІЛОТНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У ЛОГІСТИЧНІ ЗАДАЧІ**

У статті розглянуто актуальну проблему інтеграції безпілотних літальних апаратів (БПЛА, дронів) у логістичні процеси доставки. Проаналізовано ключові відмінності між дронами та традиційними транспортними засобами (швидкість, прямолінійність маршрутів, обмеження вантажопідйомності та запасу ходу тощо) та показано вплив цих факторів на ефективність різних стратегій доставлення. Запропоновано узагальнену математичну модель інтегрованої доставки, що поєднує вантажний автомобіль і дрон, яка дозволяє одному автомобілю запускати дрон(и) для обслуговування частини замовлень. Модель враховує обмежений радіус дії та вантажопідйомність дронів, різницю швидкостей повітряного і наземного транспорту, а також інші логістичні обмеження (часові вікна, необхідність повернення дронів тощо). На основі моделі проведено експериментальне порівняння трьох сценаріїв “останньої милі”: (i) лише автомобіль, (ii) лише дрон(и), (iii) гібридна схема “вантажівка + дрон”. Результати демонструють, що за сприятливих умов дрони здатні істотно зменшити час доставки завдяки паралельній роботі з автомобілем. Проаналізовано умови, за яких застосування дронів є найбільш вигідним (невеликий радіус, низька щільність замовлень), а також коли традиційна автомобільна доставка переважає (масові або високо щільні доставки). Висновки підтверджують ефективність гібридних рішень у логістиці та окреслюють напрямки подальших досліджень у цій галузі.

*Ключові слова і фрази:* безпілотний літальний апарат, дрон, доставка останньої милі, оптимізація маршрутів, математична модель, гібридна доставка, метаевристичні алгоритми, логістика.

Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University, Chernivtsi, Ukraine  
e-mail: [s.martyniuk@chnu.edu.ua](mailto:s.martyniuk@chnu.edu.ua); [sydora.mykhailo@chnu.edu.ua](mailto:sydora.mykhailo@chnu.edu.ua)

**ВСТУП**

Активний розвиток технологій безпілотних літальних апаратів відкриває нові можливості для логістики, особливо на етапі доставлення “останньої милі”. Дрони вже зараз експериментально використовуються провідними компаніями для швидкої доставки товарів безпосередньо до клієнта. Так, сервіс Amazon Prime Air успішно здійснює тестові доставлення дронами малогабаритних вантажів [1], а компанія Zipline за допомогою дронів постачає медикаменти у віддалені райони з мінімальними витратами часу [2]. Досвід цих проєктів підтверджує, що безпілотники здатні суттєво прискорити логістичні процеси та знизити експлуатаційні витрати в порівнянні з традиційними методами перевезень. Зокрема, за деякими оцінками, собівартість доставлення одного пакунка дроном може бути в кілька разів нижчою, ніж автомобілем, на порівняних відстанях [3].

Водночас, практичне впровадження дронів у існуючі логістичні системи стикаються з низкою викликів. До технічних обмежень належать невелика вантажопідйомність більшості комерційних дронів (як правило, до 2–5 кг) та обмежений час автономного польоту, зумовлений ємністю батареї. Такі БПЛА можуть долати лише відносно короткі відстані (радіус польоту часто до 10–20 км) без підзарядки, що робить їх придатними переважно для локальних доставлень малих посилок [4]. Окрім цього, дрони чутливі до погодних умов (дощ, сильний вітер) та потребують дотримання авіаційних правил і норм безпеки при польотах у населених пунктах. Не менш важливими є організаційні й правові аспекти: регуляторні обмеження наразі не дозволяють масового використання дронів над містами через питання безпеки та приватності [5].

Таким чином, дрони не є універсальною заміною кур’єрського автомобіля, але можуть ефективно доповнювати існуючі транспортні засоби. Оптимально інтегрувати безпілотники у логістичні процеси – означає вирішити складну задачу координації роботи дрона та вантажівки. У літературі така задача відома як проблема

УДК 519.87:656.7

2010 *Mathematics Subject Classification:* 90B06, 90C27.

маршрутизації з дроном (англ. vehicle routing problem with drone, VRP-D) або “кур’єр з напарником”, де вантажівка і дрон рухаються як єдина система задля прискорення доставлення замовлень [6]. Базові постановки цієї проблеми були вперше запропоновані у вигляді моделей для одного вантажівки і одного дрона, зокрема задача летючого помічника комівояжера (Flying Sidekick Traveling Salesman Problem, FSTSP) [8] та її варіація TSP-D [8]. В цих моделях вантажний автомобіль може запускати дрон у певних точках маршруту: поки дрон самостійно доставляє одну з посилок і повертається, вантажівка продовжує об’їзд інших клієнтів. Завдяки цьому досягається паралельне обслуговування двох адрес одночасно, що скорочує загальний час маршруту.

Останніми роками спостерігається справжній вибух наукового інтересу до проблем маршрутизації дронів. За даними недавнього огляду [5], у період 2018–2022 рр. опубліковано понад 600 наукових праць, присвячених різним аспектам планування маршрутів БПЛА, причому понад 60% із них стосуються застосування евристичних та метаевристичних алгоритмів для оптимізації траєкторій дронів. Така підвищена увага зумовлена як практичними потребами (розвиток служб доставки, пошук шляхів мінімізації витрат часу і пального), так і теоретичними викликами. Класична задача комівояжера та її узагальнення на випадок багатьох транспортних засобів (Vehicle Routing Problem, VRP) належать до NP-складних оптимізаційних задач. Додавання до моделей нового типу агента (дрона) із унікальними особливостями – обмеженою дальністю, необхідністю повернення на базу, малою місткістю – потребує розробки нових методів та адаптації існуючих алгоритмів під такі умови.

Метою даної роботи є розширення математичних моделей маршрутизації для задач типу VRP-D з урахуванням логістичних обмежень і вимог практики. Зокрема, ми розглядаємо інтегровану схему доставки, де одна вантажівка виконує маршрут з можливістю запуску дрона для обслуговування частини адрес. Запропонована модель дозволяє оцінити ключові параметри системи (кількість дронів, радіус їх дії, співвідношення швидкостей, тощо) та на їх основі сформулювати умови вибору найкращої стратегії доставки для конкретного сценарію. У роботі проведено порівняльний аналіз трьох стратегій доставлення в межах моделі, а також визначено області ефективності кожної з них. Нижче докладно описуються особливості БПЛА порівняно з традиційним транспортом, формулюється математична модель інтегрованої доставки, наводяться результати обчислювального експерименту та формулюються рекомендації щодо застосування дронів у логістиці.

#### Дрони й автомобілі: ключові відмінності

Перед побудовою моделі інтегрованої доставки проаналізуємо характеристики дронів і порівняємо їх із можливостями традиційного автомобільного транспорту. Однією з головних переваг безпілотників є те, що вони здатні пересуватися “по прямій” у повітряному просторі, уникаючи дорожньої інфраструктури. На відміну від автомобіля, якому доводиться рухатися мережею доріг, дрон може дістатися до пункту призначення найбільш прямим маршрутом, часто значно скорочуючи відстань польоту порівняно з наземним шляхом. Відповідно, за невеликих відстаней і відсутності перешкод у повітрі, час доставлення дроном може бути помітно меншим, ніж автомобілем.

Водночас “прямолінійність” польоту є ідеалізацією: у реальних умовах траєкторія дрона часто визначається просторовими та регуляторними обмеженнями. На маршруті можуть виникати перешкоди (щільна або висотна забудова), зони, заборонені для польотів, вимоги об’їзду інфраструктури, а також інші обмеження середовища (зокрема, зони дії ворожих систем радіоелектронної боротьби). У таких випадках дрон змушений виконувати обліт або взагалі відмовитися від польоту, тому фактична довжина маршруту і час доставлення можуть суттєво зрости. Отже, перевагу БПЛА щодо “руху по прямій” доцільно розглядати як наближення, справедливе лише за відсутності суттєвих обмежень у повітряному просторі.

У задачах доставлення термінових малогабаритних відправлень (наприклад, медикаментів, продуктів харчування) дрони здатні забезпечити вигреш у часі на рівні 20–30% порівняно з кур’єрськими машинами [10].

Другий ключовий фактор – швидкість руху. Сучасні квадрокоптери можуть досягати швидкості 50–80 км/год, що співставно або навіть вище середньої швидкості доставки вантажівки в місті з урахуванням заторів. Таким чином, у розріджених передмістях або сільській місцевості дрони потенційно швидші за автотранспорт, адже летять прямим шляхом і не затримуються у трафіку. До того ж, виконуючи доставлення невеликих пакунків, дрон витрачає значно менше енергії, ніж вантажівка на рейс з одним замовленням [11]. У віддалених регіонах з поганою дорожньою інфраструктурою (гірські райони, острови) використання БПЛА може виявитись єдиним економічно виправданим способом забезпечити оперативну логістику.

Попри ці плюси, дрони мають суттєві обмеження, що знижують їх придатність для масових перевезень. Найочевидніше – вантажопідйомність. Більшість комерційних дронів можуть підіймати лише невеликі вантажі, тоді як один вантажний автомобіль здатен за раз перевезти сотні кілограмів товарів. В ситуаціях, коли треба доставити багато посилок (наприклад, розвезення інтернет-замовлень по всьому району міста), ефективність одного дрона різко впаде – йому доведеться здійснювати десятки вильотів для перевезення усіх пакунків.

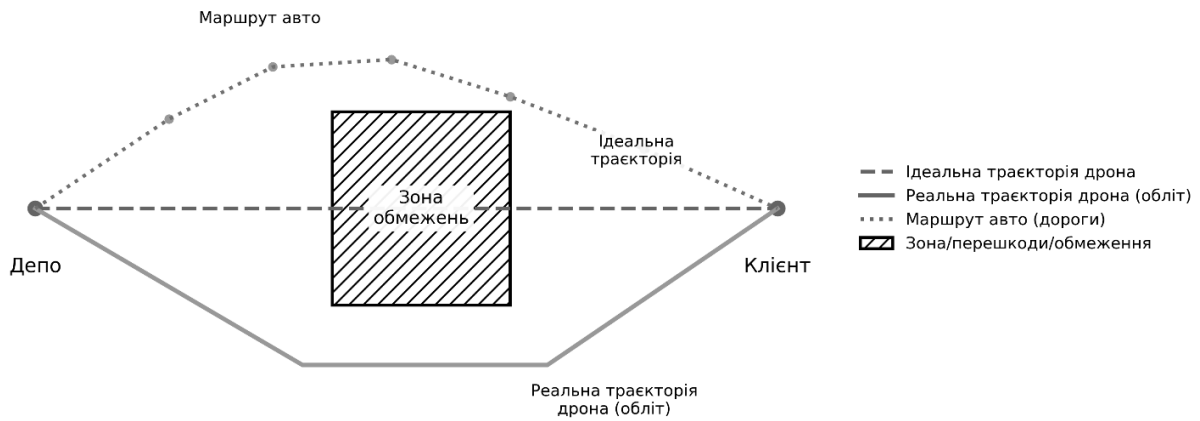


Рис. 1: Прямий політ як ідеалізація та реальна траєкторія з урахуванням обмежень (по-  
fly/перешкоди/РЕБ) у порівнянні з наземним маршрутом.

Інша проблема – обмежений заряд батареї. Дрон мусить регулярно повертатися до бази або до вантажівки для заміни/підзарядки батареї після виконання однієї або кількох доставок. Це вводить додаткові прості та обмежує радіус дії: фактично, існує максимальна відстань польоту, яку дрон може здійснити, враховуючи дорогу назад. Якщо клієнт знаходиться поза цим радіусом, безпілотник не зможе його обслужити без проміжної посадки.

Ще один аспект – організація маршруту та щільність адрес. Автомобільний кур’єр здатний завантажити в машину десятки посилок і розвезти їх за один круговий рейс, оптимізуючи маршрут між адресами. Якщо клієнти географічно зосереджені (наприклад, багато замовлень в одному мікрорайоні), вантажівка може швидко об’їхати їх підряд. Натомість дрон, перевозючи по одному пакунку, змушений робити окремих виліт на кожен адресу, що при великих кластерах замовлень є неефективним. У таких випадках автомобіль матиме перевагу за рахунок можливості консолідувати доставлення. З іншого боку, коли адреси віддалені одна від одної (низька щільність) і розташовані, можливо, на відстані кількох кілометрів, дрону легше долати ці проміжки напрямку. Авто в подібній розрідженій мережі витратить більше часу на дорогу між поодинокими точками. Тому дрони найвигідніші на маршрутах з малою щільністю клієнтів, тоді як на компактних міських маршрутах лідирує авто.

Підсумовуючи, бачимо, що дрони й автомобілі мають комплементарні характеристики. Дрони забезпечують швидкість і гнучкість для невеликих доставок на короткі відстані, а автомобілі гарантують високу провізну здатність і економічність при обслуговуванні великих обсягів відправлень. Ця взаємодоповнюваність підводить до ідеї гібридних рішень, де обидва види транспорту працюють разом, компенсуючи слабкі сторони один одного. Нижче розглянемо математичну модель такої інтегрованої системи доставки.

#### УЗАГАЛЬНЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ІНТЕГРОВАНОЇ ДОСТАВКИ

Розглянемо систему доставлення, що складається з одного вантажного автомобіля (кур’єрська машина) та одного або кількох дронів на його борту. Всі замовлення знаходяться в заданому регіоні, а вантажівка виїжджає з центрального депо, щоб доставити посилки клієнтам. Модель базується на поданні області доставлення у вигляді повного графа

$$G = (V, E),$$

де  $V = \{0, 1, 2, \dots, n\}$  – множина вершин (адрес); вершина 0 відповідає депо, а вершини  $1, \dots, n$  – клієнтам. Кожна пара вершин  $i, j$  пов’язана ребрами, що описують можливі шляхи: наземний шлях (для вантажівки) довжиною  $d_{ij}$  та повітряний шлях (для дрона) довжиною  $a_{ij}$ . Відстані  $d_{ij}$  можуть значно перевищувати  $a_{ij}$ , особливо якщо дорожня мережа розгалужена, адже  $a_{ij}$  – це евклідові відстані між точками (найкоротший прямий шлях у 2D-просторі).

Швидкість руху вантажівки позначимо  $v_t$ , а швидкість дрона –  $v_d$ , при цьому в загальному випадку  $v_d > v_t$ . Кожна адреса повинна бути обслужена або вантажним авто, або дроном (тобто, кожен клієнт відвідується рівно одним із транспортних засобів). Вантажівка, стартувавши з депо, може виконувати багатокроковий маршрут,

заїжджаючи до деяких клієнтів; дрон же здатен здійснювати кілька коротких вильотів від автомобіля або з депо для доставки окремих посилок.

Формально маршрут вантажівки можна описати послідовністю вершин (починаючи з  $0 =$  депо), а рішення – задати двійковими змінними  $x_{ij}$ , які рівні 1, якщо машина проїжджає безпосередньо від  $i$  до  $j$ , і 0 – інакше. Аналогічно, для дрона вводяться змінні  $y_{ikj}$ , які рівні 1, якщо дрон запускається з вантажівки (або депо) в точці  $i$ , летить до клієнта  $k$  і повертається до вантажівки в точці  $j$ . Такий трійковий зв'язок  $(i, k, j)$  репрезентує окремий виліт дрона:  $i$  – точка запуску (може бути депо 0 або поточний клієнт на маршруті вантажівки),  $k$  – адреса, куди дрон доставляє посылку, і  $j$  – точка повернення/посадки дрона (може бути наступним клієнтом на шляху вантажівки або знову депо). Очевидно, запуск і посадка дрона можуть відбуватися тільки в тих точках, де знаходиться вантажівка. Тобто, якщо  $y_{ikj} = 1$ , то вантажівка проїжджає через  $i$  та  $j$ , зупиняючись в них.

Зазначимо, що в цій постановці зроблено дискретне припущення про скінченну множину можливих запусків і посадок дронів: вони можуть відбуватися лише в тих точках, де вантажівка фактично присутня і зупиняється (депо та відвідані клієнти). Таке припущення, з одного боку, узгоджується з багатьма класичними постановками VRP-D, однак, з іншого боку, воно звужує простір допустимих рішень і може збільшувати мінімально досяжний час/вартість доставки.

Більш загальним є припущення, що вантажівка може здійснювати коротку зупинку для запуску дрона в довільній точці вздовж наземного шляху між депо та клієнтами (тобто на довільній ділянці дороги). За такого узагальнення задача ускладнюється, оскільки потрібно оптимізувати не лише порядок відвідування клієнтів вантажівкою, а й вибір точок зупинки для запуску/посадки дронів з урахуванням відстаней до клієнтів і обмежень дальності польоту.

Наступний приклад ілюструє описану вище ідею. Припустимо, що депо знаходиться в точці  $(0,0)$ , а чотири клієнти у точках  $(10, 10)$ ,  $(10, 11)$ ,  $(11, 10)$ ,  $(11, 11)$  і дорога до кожного з клієнтів проходить через точку  $(10.5, 10.5)$ . Розглянемо відповідну задачу для чотирьох дронів з максимальним зарядом, розрахованим на покриття шляху, включаючи доставлення товару та повернення до машини. В цьому випадку оптимальна стратегія буде наступна:

- З депо машиною доставити дрони до точки  $(10.5, 10.5)$ ;
- Здійснити доставку одночасно чотирма дронами до всіх клієнтів та повернутися до машини;
- Повернутися машиною в депо.

Цей приклад показує, що дозвіл запусків у проміжних точках маршруту може істотно підвищити ефективність, але потребує розширення моделі (через появу неперервних рішень щодо вибору точок зупинки).

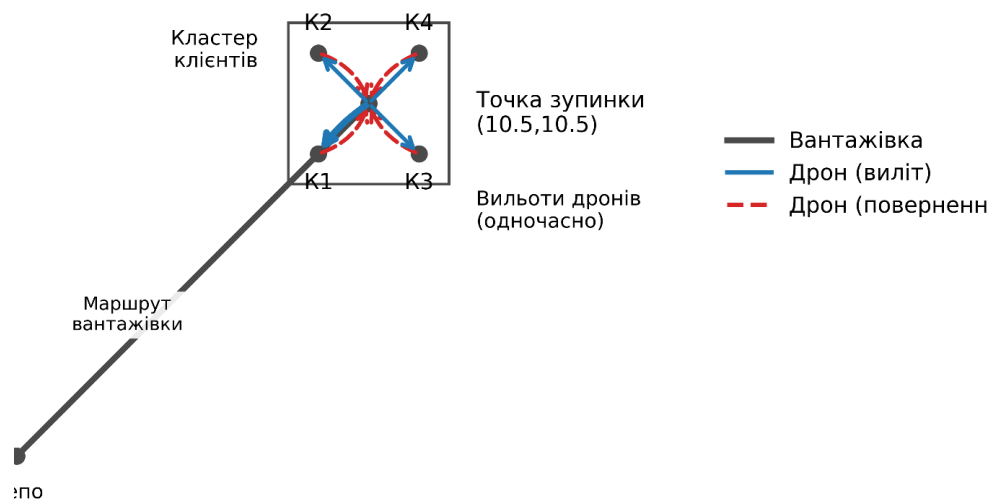


Рис. 2: Запуск чотирьох дронів із проміжної точки маршруту  $(10.5, 10.5)$  для одночасного обслуговування кластера клієнтів.

Щоб виліт дрона був здійснений, необхідно виконання кількох умов: (1) дрон не може бути запущений після завершення маршруту (тобто  $i$  це не депо прибуття), (2) дрон може обслуговувати лише дрон-придатні адреси (наприклад, можливо, не всі клієнти дозволяють посадку дрона), (3) дрон повинен встигнути долетіти до клієнта  $k$  і повернутися до точки  $j$  раніше або не пізніше прибуття туди вантажівки (щоб його підбрати), (4) сумарний час польоту дрона  $i \rightarrow k \rightarrow j$  не повинен перевищувати запас ходу (батареї). Остання умова фактично обмежує довжину бічного польоту:

$$a_{ik} + a_{kj} \leq R,$$

де  $R$  – максимальна дальність польоту дрона (пропорційна заряду батареї). Якщо ця нерівність порушується, то пару адрес  $(i, k, j)$  не можна обслуговувати одним дроном без підзарядки.

Виходячи з наведених змінних та параметрів, задачу можна сформулювати як оптимізаційну модель. Типова цільова функція – мінімізація загального часу завершення доставки  $T$ . У випадку одного автомобіля і одного дрона  $T$  визначається моментом повернення останнього транспорту (або вантажівки, або дрона) в депо після виконання всіх доставлень. В математичних моделях це досягається шляхом мінімізації максимуму часу прибуття в депо, або еквівалентно введенням допоміжної змінної  $T$  і додаванням обмежень, що виражають час маршруту кожного засобу через змінні  $x, y$  (наприклад, з використанням часових міток для вершин). Для спрощення часто розглядають мінімізацію сумарного часу поїздки вантажівки і польотів дрона, що в еквівалентній моделі (без врахування простоїв) приводить до мінімізації повної довжини маршруту обох засобів у перерахунку на час:

$$\min F = \sum_{i,j \in V} \frac{d_{ij} x_{ij}}{v_t} + \sum_{i,k,j \in V} \frac{(a_{ik} + a_{kj}) y_{ikj}}{v_d}.$$

де перша сума – час руху вантажівки по обраному маршруту, а друга – сукупний час польотів дрона (якщо дрон здійснює кілька вильотів, вони додаються). Модель доповнюється стандартними обмеженнями типу комівояжера для вантажівки (кожен клієнт відвідується рівно один раз автомобілем чи дроном; вантажівка виїжджає і повертається в депо; заборона підтурів для маршруту вантажівки тощо) та додатковими обмеженнями для дронів (не більше одного дрона може запускатись одночасно; дрон не може взяти новий пакунок, поки не повернеться і не завершить поточний виліт; адреси, куди відправлено дрон, виключаються з маршруту вантажівки, і навпаки). Повна математична модель такої задачі є досить складною і містить, окрім двійкових змінних  $x_{ij}$  і  $y_{ikj}$ , також неперервні змінні часу для відстеження синхронізації вантажівки і дрона в точках зустрічі. Детальний опис моделі і різних її модифікацій подано в ряді робіт (див., наприклад, огляд [6]).

Задача оптимізації маршрутів із залученням дронів належить до класу NP-важких, оскільки навіть спрощений варіант (без дрона) – класична задача комівояжера – має експоненціальну складність рішення. Додавання дрона різко збільшує простір пошуку: фактично, до вибору послідовності відвідування клієнтів вантажівкою додається вибір, які клієнти будуть обслуговуватись дроном, де запускати та садити дрон тощо. Для одного дрона існують постановки, еквівалентні введенню окремих бічних маршрутів для дрона всередині основного маршруту вантажівки [7]. Якщо дронів декілька, складність ще вища – маємо одночасно розв'язувати задачу маршрутизації з кількома транспортними засобами і координації для кожного дрона. Через це точні методи (наприклад, перебір, гілки і межі, інтегральне програмування) застосовні лише для відносно малих випадків (порядку  $n \approx 20\text{--}50$  адрес)[8]. Для більших практичних задач використовуються наближені методи: жадібні алгоритми побудови маршруту, табульований пошук, адаптивний пошук у великому околі (Adaptive LNS) та різноманітні метаевристики (генетичні алгоритми, мурашині алгоритми, імітація відпалу тощо) [9, 12]. Такі методи не гарантують знаходження глобального оптимуму, проте здатні знаходити близькі до оптимальних рішення за прийнятний час навіть для задач з сотнями і тисячами адрес. Наприклад, у роботі [13] запропоновано гібридний алгоритм на основі генетичного підходу для задачі з одним вантажівкою і кількома дронами, який дозволив мінімізувати час доставлення для групи з 50 адрес на  $\sim 25\%$  менше порівняно з чисто вантажним маршрутом. Результати різних дослідників загалом підтверджують, що розумне поєднання автомобільного й безпілотного транспорту дає суттєвий вииграш, однак конкретний ефект залежить від параметрів сценарію – розглянемо це питання докладніше у наступному розділі.

#### Порівняння стратегій доставлення: ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Для оцінки ефективності інтегрованої схеми “вантажівка + дрон” було проведено чисельний експеримент на спрощеному сценарії доставлення “останньої милі”. Розглядається один центральний склад (депо) та множина замовників у змішаній місько-приміській зоні. Відстані між адресами задавалися на основі випадкового розташування точок на площині: частина точок згрупована поблизу депо (міська зона), інші розкидані на відстанях 5–10 км (приміська зона). Вантажівка має середню швидкість  $v_t = 40$  км/год (з урахуванням зупинок

і міського трафіку), дрон –  $v_d = 60$  км/год. Радіус польоту дрона обмежений 10 км (після кожного вильоту дрон повертається для заміни батареї), вантажопідйомність дрона – 2 кг (тобто частина важких посилок не може бути доставлена дроном і автоматично призначається вантажівці). Всі замовлення припускаємо однаково пріоритетними і відомими з початку (статична задача без динамічних дозамовлень).

Для заданого розташування клієнтів було змодельовано та оптимізовано три сценарії доставлення:

1. **Тільки вантажівка:** кур'єрський автомобіль доставляє всі замовлення, розв'язується класична задача маршрутизації (VRP/TSP) без дронів.
2. **Тільки дрони:** всі доставлення виконуються дронами, які стартують з депо (за потреби роблячи кілька ходок для перевезення всіх посилок). Вантажівка у цьому сценарії не використовується.
3. **Гібридний підхід:** вантажівка виконує базовий маршрут, додатково маючи на борту одного дрона. Дрон може запускатися під час руху для обслуговування деяких адрес паралельно з вантажівкою (відповідає моделі, описаній вище). Всі параметри (швидкості, радіус дії) як зазначено.

Оптимізація маршрутів проводилась шляхом перебору для малого прикладу (10 адрес) та за допомогою метаевристичного алгоритму для більшого випадку (50 адрес). Для випадку  $n = 50$  використано метаевристичний метод *Adaptive Large Neighborhood Search* (ALNS): початкове рішення будувалося жадібно, після чого на ітераціях застосовувалися оператори руйнування/відновлення (*destroy/repair*), які змінювали порядок відвідування клієнтів вантажівкою та призначення частини адрес дрону з урахуванням обмеження дальності  $a_{ik} + a_{kj} \leq R$ . Для локального покращення використовувався локальний пошук (наприклад, 2-opt / swap / relocate). Основний критерій – час завершення доставлення партії замовлень  $T$  (чим менше, тим краще). Для кожної стратегії знайдений мінімальний час і відповідний план маршрутів.

На рис. 3 вантажівка (синя лінія) виїжджає з депо 0, відвідує клієнта 1 і далі прямує до клієнта 3, минаючи точку 2. Дрон (зелена штрихована лінія) запускається у точці 1, доставляє посилку клієнту 2 та повертається до вантажівки в точці 3.

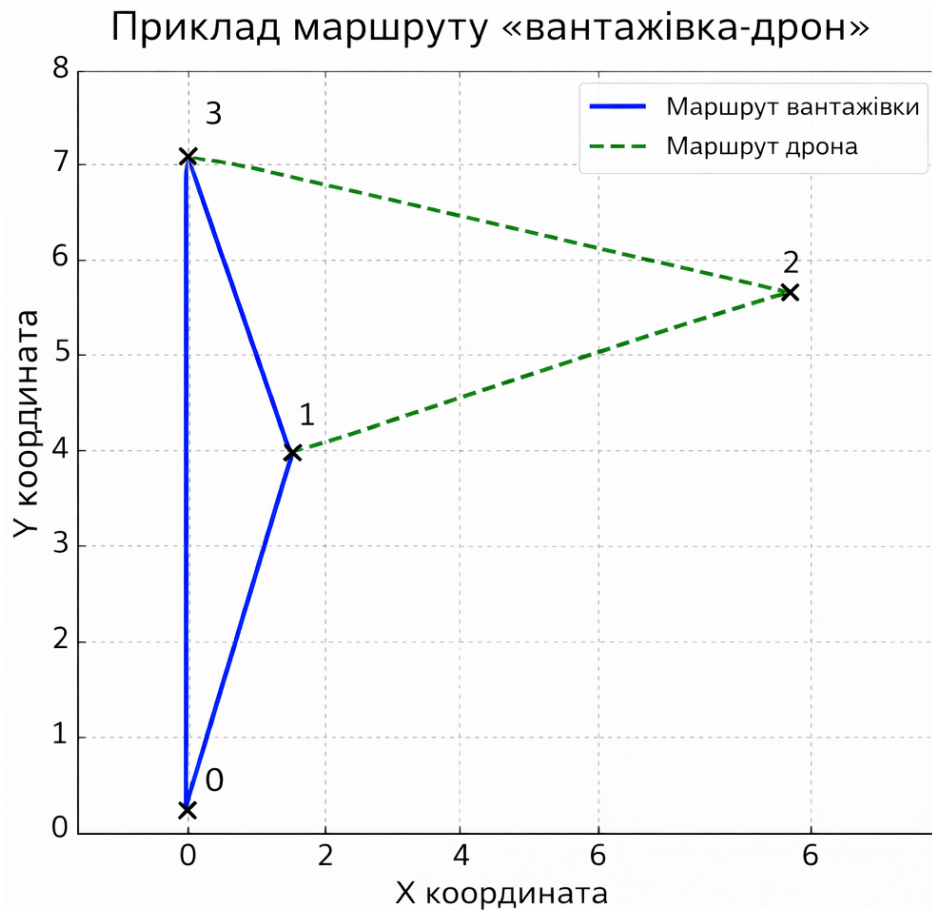


Рис. 3: Гібридний маршрут «вантажівка+дрон» у прикладі з чотирма адресами.

Як показав експеримент, гібридна стратегія впевнено випереджає дві інші за швидкістю виконання доставки. У малому прикладі з 10 адрес гібридний маршрут дозволив завершити доставку на  $\sim 30\%$  швидше, ніж найкращий маршрут лише вантажівкою, і на  $\sim 40\%$  швидше, ніж при використанні лише одного дрона (який мусив здійснювати кілька рейсів для всіх адрес). У більшому сценарії з 50 адрес ефект ще більш разючий: вантажівка самотужки витратила б на об'їзд близько 4 годин, один дрон – понад 5 годин (через послідовність польотів з поверненням на базу), тоді як їхня кооперація завершила всі доставки менш ніж за 3 години. На Рис. 3 наведено порівняння загального часу доставлення для трьох стратегій у відсотковому співвідношенні.

Гібридна схема «вантажівка + дрон» забезпечує найменший час завершення доставки завдяки паралельному виконанню частини замовлень дроном. Стратегія лише з дронами поступається через необхідність виконувати польоти послідовно (при обмеженій кількості дронів), а також через неможливість доставити важкі посилки дроном (вони додають часу, оскільки виконуються окремими рейсами).

Отримані результати узгоджуються з інтуїтивними очікуваннями: вантажівка ефективніша у випадку значної кількості адрес (особливо розташованих компактно), тоді як дрон виграє в часі на розріджених маршрутах або при невеликій кількості термінових доставок. Гібридний підхід поєднує ці переваги, дозволяючи значно скоротити загальний час маршруту в більшості перевірених сценаріїв. Варто відзначити, що ефект від дрона тим більший, чим більше паралельних задач він може виконувати. Інакше кажучи, якщо у розпорядженні кур'єра є кілька дронів, потенційний виграш в часі буде ще більшим – адже вантажівка зможе одночасно запустити 2–3 дрони в різні боки. Межа цього ефекту досягається, коли дронів достатньо, щоб покрити майже всі адреси паралельно. На рис. 5 показано, як змінюється час доставки залежно від кількості дронів, що працюють разом з однією вантажівкою (за інших рівних умов): наведено середній час завершення доставлення та 95% довірчий інтервал, отримані за серією прогонів із випадковим розміщенням клієнтів.

Як видно з рис. 5, додавання навіть одного дрона дає різке зменшення середнього часу завершення достав-

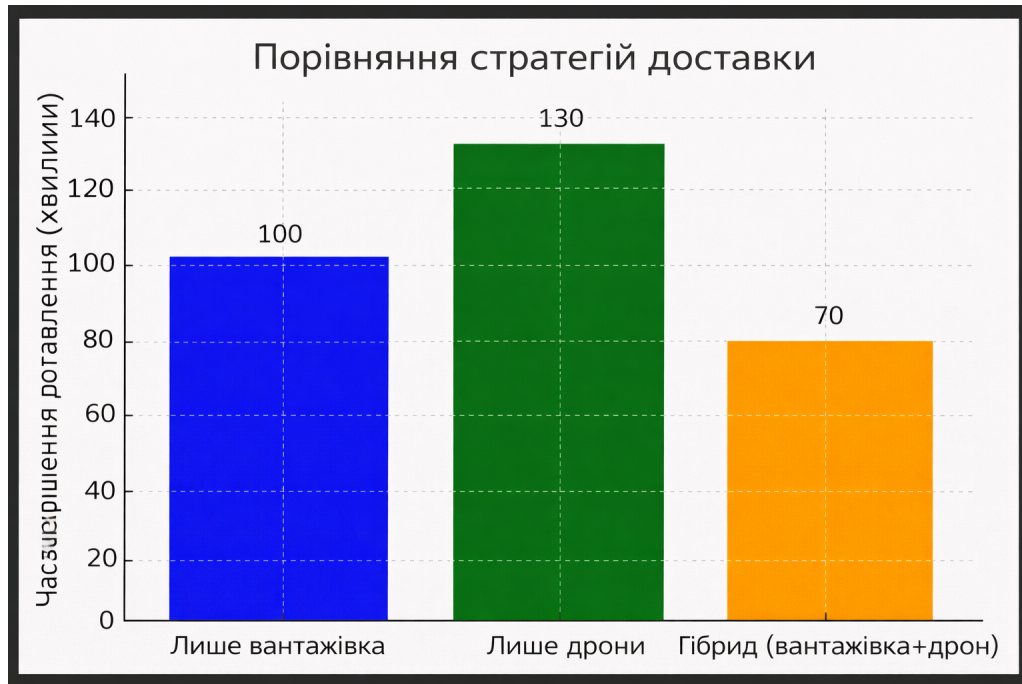


Рис. 4: Порівняння тривалості доставлення (в умовних одиницях часу) для різних стратегій у задачі “останньої милі”.

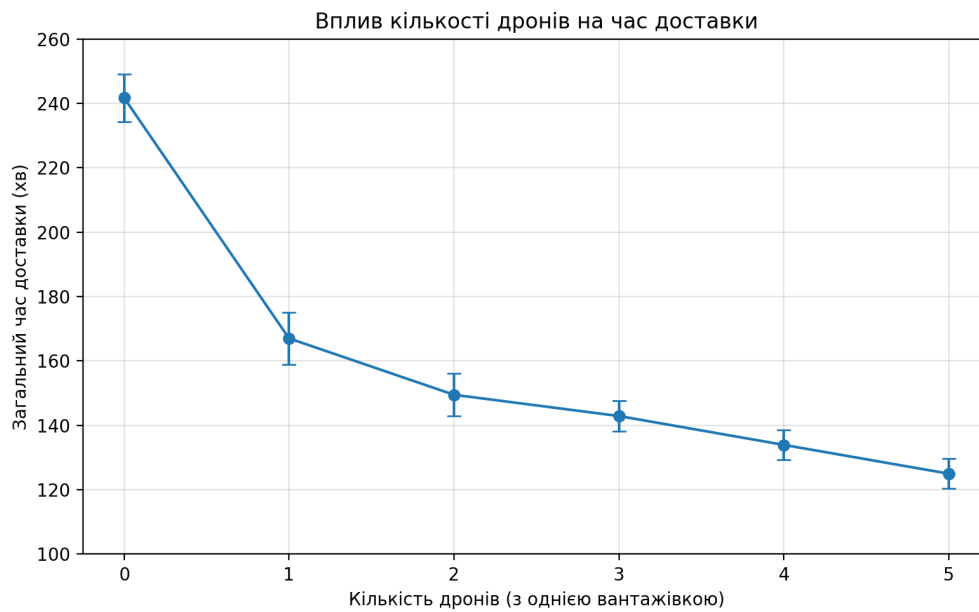


Рис. 5: Вплив кількості дронів на час доставки: середній час завершення доставлення  $\bar{T}$  та 95% довірчий інтервал (одна вантажівка).

лення завдяки паралельності. Надалі зі збільшенням кількості дронів виграш зберігається, однак має характер спадної віддачі: після 3–4 дронів крива виходить на плато. Довірчі інтервали показують варіативність результатів, зумовлену випадковим розміщенням клієнтів; водночас загальна тенденція (швидке зниження на початку та насичення) є стійкою.

З графіка видно, що використання 1–2 дронів поряд з авто може скоротити час доставки на 30–50%. Подальше збільшення кількості дронів дає менший ефект, і після певної межі (4 і більше) крива практично виходить на плато. Це пояснюється тим, що вантажівці залишається все менше адрес, і основний вклад в час маршруту починають вносити повернення дронів та допоміжні операції (запуски, посадки). В реальних умовах число дронів на один автомобіль теж обмежене технічно (навантаженням на оператора, місцем у вантажівці для посадкової платформи тощо). Отже, оптимальним з практичної точки зору є застосування 1–3 дронів одночасно на одну машину, залежно від характеру замовлень.

#### УМОВИ ЕФЕКТИВНОСТІ ТА ОБМЕЖЕННЯ ВИКОРИСТАННЯ ДРОНІВ

Результати, отримані в попередньому розділі, дозволяють сформулювати умови, за яких застосування безпілотників у логістиці є найбільш виправданим. По-перше, географічна розосередженість адрес доставки. Якщо клієнти розташовані далеко один від одного (низька щільність), дрон, рухаючись прямим шляхом, виграє у часі порівняно з вантажівкою, яка вимушена долати довгі відстані по дорогах. В наших експериментах дрон показував найбільшу ефективність саме на приміських адресах, віддалених на 5–10 км від основного маршруту. Для щільної міської забудови (багато адрес в одному кварталі) вантажівка виявилась ефективнішою, оскільки могла за один заїзд обслужити групу сусідніх замовлень швидше, ніж дрон робив би це окремими рейсами.

По-друге, розмір та терміновість відправлень. Дрони найкраще підходять для невеликих пакунків, які треба доставити якнайшвидше. Наприклад, доставка медикаментів, тестів, термінових документів – типові випадки, де дрон прилетить швидше за кур'єра. Якщо ж маємо справу з великими об'ємами (продукти, товари на склад тощо), традиційна вантажівка за один рейс виконає задачу, тоді як дрону довелося б літати багато разів. В наших тестах ми вводили обмеження на вантажопідйомність дрона, і всі “важкі” замовлення автоматично брала на себе вантажівка – це одразу продовжувало час доставки дрон-стратегії. Таким чином, при великому сумарному обсязі вантажу перевага за автомобілем.

По-третє, відстані та радіус дії. Якщо максимальна відстань до клієнтів невелика (до ~ 10 км) і вписується в дальність польоту дрона, повітряна доставка дійсно швидша і дешевша [8]. Але при віддалених адресах (більше 10–15 км) дрон або не зможе долетіти, або витратить надто багато часу на повернення для підзарядки, втрачаючи сенс. У такій ситуації вантажівка безпечніше доведе посилки, нехай і повільніше. Слід враховувати, що радіус польоту можна розширити, організувавши проміжні бази або “вулики” для заміни батарей дронів [14], однак це ускладнює логістику і потребує додаткових ресурсів.

Нарешті, погодні та сезонні фактори. Погана погода (опаді, сильний вітер, екстремальні температури) може зробити використання дронів неможливим або небезпечним. У таких випадках доводиться мати резервні наземні засоби. Крім того, в темну пору доби або в умовах недостатньої видимості можуть діяти заборони на польоти дронів з міркувань безпеки. Отже, навіть якщо дрони заплановані як основний засіб доставки, потрібна гнучкість для переходу на резервний варіант (автомобіль). Автомобільний транспорт залишається основою логістики, а дрони виступають корисним, але додатковим інструментом, ефективність якого залежить від перелічених умов.

#### ГІБРИДНІ РІШЕННЯ ТА ПОДАЛЬШІ НАПРЯМКИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Аналіз показав, що найбільш перспективним є саме комбінований підхід, коли дрони інтегровані у логістичну мережу разом з традиційними кур'єрськими машинами. Такі гібридні рішення уже проходять випробування на практиці. Приміром, компанії експериментують із схемами, де одна вантажівка привозить товари у певну зону, а група дронів здійснює останній етап доставки від вантажівки до дверей клієнтів [2]. Це дозволяє зменшити пробіг автомобілів у густонаселених районах (розвантажити дороги) і водночас прискорити доставку посилок без затримок у трафіку. Пілотні проекти демонструють скорочення часу доставки на 20–50% та зниження витрат на паливо і обслуговування машин [15].

Окрім прямого виграшу в ефективності, інтеграція дронів відкриває можливості для нових логістичних підходів. Наприклад, концепція дрономатів – спеціальних пересувних пунктів, з яких дрони можуть злітати, – дозволяє будувати двоярусні мережі доставлення (подібно до системи “склад – мікроhub – отримувач”). Такі рішення особливо актуальні для покриття віддалених регіонів: вантажівка довозить партію посилок до проміжного пункту, звідки дрони розвозять їх по селах навколо [14]. Інша ідея – координація кількох вантажівок

і рою дронів між ними, коли дрони можуть перелітати від однієї машини до іншої, тим самим естафетно доставляючи вантажі на більшу відстань [6]. Подібні моделі тільки починають з'являтися в науковій літературі і становлять складні задачі оптимізації, що поєднують маршрутизацію, розклад і мережеве планування.

З огляду на швидкий розвиток технологій БПЛА, можна очікувати, що частка дронів у логістичних операціях буде неухильно зростати. Проте для успішного масштабування необхідно вирішити низку проблем: підвищити автономність і надійність дронів, розробити системи управління флотом безпілотників, які б забезпечували безпечну навігацію в повітряному просторі, адаптувати законодавчу базу для регулярних комерційних польотів. Наукові дослідження у цій сфері зараз зосереджені як на вдосконаленні алгоритмів оптимізації маршрутів (зокрема, використання штучного інтелекту і навчання для динамічного планування в реальному часі), так і на врахуванні реалістичних факторів – енерговитрат дрона залежно від режиму польоту [12], впливу вітру [11], змін попиту тощо. Подальші роботи також спрямовані на розширення моделей для багатодронових систем, інтеграцію з іншими видами транспорту (наприклад, дрони + автономні наземні роботи) та оптимізацію з урахуванням екологічних показників (мінімізація викидів CO<sub>2</sub> завдяки скороченню пробігу авто).

## Висновки

Інтеграція безпілотників у логістичні задачі здатна суттєво підвищити швидкість і гнучкість доставлення, особливо на завершальному етапі “останньої милі”. Проведене дослідження підтверджує, що за правильного використання дрони дозволяють скоротити час виконання замовлень і знизити витрати, не замінюючи, а доповнюючи традиційний транспорт. Запропонована математична модель об'єднаної доставки вантажівкою і дроном описує ключові чинники, від яких залежить успіх такого поєднання: це радіус дії дрона, співвідношення швидкостей, вантажопідйомність, щільність адрес, та вимоги до термінів доставки. Аналіз трьох стратегій (авто, дрони, гібрид) показав, що жодна з них не є універсально найкращою для всіх випадків: кожна має свою область доцільності. Дрони ефективні там, де потрібна швидкість для невеликих розрізнених доставок; автомобілі – коли йдеться про масову доставку в компактному регіоні. У більшості реальних сценаріїв оптимальним рішенням стає гібрид: вантажний автомобіль виконує магістральний маршрут, а дрони беруть на себе віддалені або термінові замовлення. Такий підхід дозволяє використати сильні сторони обох видів транспорту й мінімізувати їх недоліки.

Практичне значення отриманих результатів полягає в тому, що на їх основі можна розробити рекомендації для служб доставки щодо впровадження дронів. Зокрема, доцільно оцінювати щільність клієнтів і радіус маршруту перед тим, як залучати дрони: при великих відстанях між адресами навіть один дрон може значно прискорити доставлення, тоді як у межах густого міста ефект буде меншим. Також слід відбирати для авіадоставки саме ті замовлення, які невеликі за вагою і критичні за часом – це підвищить рентабельність використання дронів.

Подальші дослідження планується зосередити на вдосконаленні моделей і алгоритмів для інтегрованої доставки. Цікавим напрямком є оптимізація динамічних маршрутів, коли запити на доставку надходять у режимі реального часу і система повинна оперативнo перекомпонувати маршрут вантажівки та розклад вильотів дронів. Інша перспектива – врахування кількох вантажівок і цілих флотів дронів, що потребуватиме вирішення комплексних багаторівневих задач оптимізації. З огляду на технологічний прогрес, можна сподіватися, що моделі, подібні описаній в цій статті, знайдуть практичне втілення в сервісах доставки вже в найближчому майбутньому, роблячи логістику швидшою, дешевшою і більш екологічною.

## ВИКОРИСТАНІ ДЖЕРЕЛА

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Amazon Prime Air – Drone Delivery Service. Amazon.com, 2023. URL: <https://www.aboutamazon.com/prime-air> (accessed: 01.10.2025).
- [2] Zipline Drone Delivery – Company Website. Zipline International Inc., 2023. URL: <https://www.flyzipline.com> (accessed: 01.10.2025).
- [3] Choudhury S., Solovey K., Kochenderfer M. J., Pavone M. Efficient Large-Scale Multi-Drone Delivery Using Transit Networks. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 2021, 70, 757–788. doi:10.1613/jair.1.12450.
- [4] Ha Q. M., Deville Y., Pham Q. D., Hà M. On the min-cost traveling salesman problem with drone. *Transportation Research Part C*, 2018, 86, 597–621. doi:10.1016/j.trc.2017.11.015.
- [5] Hooshyar M., Huang Y. Meta-heuristic Algorithms in UAV Path Planning Optimization: A Systematic Review (2018–2022). *Drones*, 2023, 7(12), 687. doi:10.3390/drones7120687.

- [6] Ito S., Akaiwa K., Funabashi Y., et al. Load and Wind Aware Routing of Delivery Drones. *Drones*, 2022, 6(2), 50. doi:10.3390/drones6020050.
- [7] Karaköse E., Çavdaroğlu N. A., Yıldırım S., Çınar A. A New Last Mile Delivery Approach for the Hybrid Truck Multi-Drone Problem Using a Genetic Algorithm. *Applied Sciences*, 2024, 14(1), 94. doi:10.3390/app14010094.
- [8] Murray C. C., Chu A. G. The Flying Sidekick Traveling Salesman Problem: Optimization of drone-assisted last-mile delivery. *Transportation Research Part C*, 2015, 54, 86–109. doi:10.1016/j.trc.2015.03.005.
- [9] Ponza A. Optimization of drone-assisted parcel delivery. Technical Report, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2016.
- [10] Tang G., Xiao T., Du P., et al. Improved PSO-Based Two-Phase Logistics UAV Path Planning under Dynamic Demand and Wind Conditions. *Drones*, 2024, 8(8), 356. doi:10.3390/drones8080356.
- [11] Tong B., Wang J., Wang X., et al. Optimal Route Planning for Truck-Drone Delivery Using Variable Neighborhood Tabu Search Algorithm. *Applied Sciences*, 2022, 12(1), 529. doi:10.3390/app12010529.
- [12] Pham Q. N., Delgado A., Luu T. Energy-efficient truck-drone routing for last-mile delivery: A metaheuristic approach. *IEEE Access*, 2022, 10, 11744–11758. doi:10.1109/ACCESS.2022.3146098.
- [13] Ebrahimi S. P., Hosseini S., Yedidsion L. Collaborative delivery with trucks and drones: a generalized solution approach. *International Journal of Production Research*, 2023, 61(4), 1262–1282. doi:10.1080/00207543.2021.2013201.
- [14] Mathew N., Smith S., Waslander S. Planning paths for package delivery in heterogeneous multirobot teams. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2015, 12(4), 1298–1308. doi:10.1109/TASE.2015.2473674.
- [15] Dayarian I., Savelsbergh M., Clarke J.-P. Same-day delivery with drone resupply. *Transportation Science*, 2020, 54(1), 229–249. doi:10.1287/trsc.2019.0918.

Надійшло 19.11.2025

---

S. V. Martyniuk, M. I. Sydora *Integration of Unmanned Technologies into Logistics Problems*, Bukovinian Math. Journal. **14**, 1 (2026), 43–53.

The paper considers the integration of unmanned aerial vehicles (UAVs, drones) into last-mile delivery. Key differences between drones and conventional road transport (speed, near-straight trajectories, payload and range constraints, etc.) and their impact on delivery strategies are discussed. A generalized mathematical model of an integrated truck–drone delivery system is proposed, allowing one truck to launch drone(s) to serve a subset of customers. The model accounts for limited drone range and payload, different speeds of aerial and ground transport, and operational constraints (e.g., return requirement). A comparative experiment for three scenarios (truck only, drones only, and hybrid truck+drone) shows that under favorable conditions drones can significantly reduce completion time due to parallel operation. The conditions under which drones are most beneficial and when conventional truck delivery dominates are highlighted.